

ЮГ. ФРИДЕРИКА
ВЕЙДЛЕРА
ГЕОМЕТРІЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
И
ПРАКТИЧЕСКАЯ,

ПЕРЕВЕДЕННАЯ

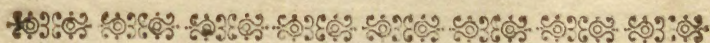
съ

ЛАТИНСКАГО ЯЗЫКА

МАГИСТРОМЪ

Дмитріемъ Аничковымъ.

А. Мещеряковъ



Печашана при Императорскомъ Московскомъ
Университетѣ 1765. году.

3-й экз.

THE OCEANIC

STEAMSHIP COMPANY

OF THE PACIFIC

AND

CO.

OF THE PACIFIC

AND

OF THE PACIFIC



ГЕОМЕТРІЯ

ГЛАВА ПЕРВАЯ ЕВТИМЕТРІЯ,

или

О

ИЗМѢРЕНІИ ЛИНІЙ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ I.

§. I.

Геометрія есть наука о величинѣ, или пространствѣ, въ длину, ширину и толщину протяженномъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ II.

§. 2. Протяженія, или количества не прерывнаго суть три рода: 1. *линѣя* (linea), есть одна длина, и простое протяженіе въ длину, ширины не имѣющее. 2. *поверхность* (superficies) есть такое протяженіе въ длину и ширину, которое спѣ дѣленія линѣи происходитъ, и линѣями такъ какъ предѣлами ограничивается. 3. *тѣло* (corpus), или *толстота* (solidum), есть протяженіе



въ длину, ширину и толщину; или такое пространство, которое движениемъ нѣкоторой поверхности опредѣляется, и ограничивается со всѣхъ сторонъ поверхностями.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ III.

§. 3. Сии три вида протяженія, то есть, длина, ширина и толщина, называются *тремя измѣреніями* (*tres dimensiones*) величины.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 4. Чего для линіи одно измѣреніе, поверхность два, толстоша три измѣренія имѣетъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ IV.

§. 5. Три вида протяженія доказываютъ то, что суть три части Геометріи. Первая часть *Евтиметрія* (*Euthymetria*), разсуждаетъ о линіяхъ; къ ней же принадлежитъ и *Тригонометрія* (*Trigonometria*), или такая наука, которая показываетъ рѣшеніе разныхъ задачъ, въ разсужденіи треугольниковъ; вторая часть *Епиледометрія* (*Epirodometria*) учитъ измѣренію поверхностей; третья часть *Штереометрія* (*Stereometria*) показываетъ измѣреніе всякой толстошы.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 6. Въ преподаваніи Геометріи Теорія также съ толкованіемъ Практики соединяется по самой справедливости, какъ для того, чтобы употребленіе всякой истинны скорѣе показать, такъ и для того, чтобы правила для рѣшенія задачъ, изъ истинныхъ прежде показанныхъ, яснѣе видѣть можно было, что въ сихъ начальныхъ основаніяхъ и наблюдаемо будетъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ V.

§. 7. Точка (*punctum*) есть предѣлъ линіи.

ПРИМѢ-

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 8. Имя точки есть слово Техническое, и употребляется только при означеніи концовъ линѣи, какъ то изъ прешняго опредѣленія Эвклид. сочин. видно, гдѣ концы линѣи называются *точками*, и первое описаніе, по которому называется точкою то, что никакихъ частей не имѣетъ, хотя и порочатъ многие; однако изъ прешняго опредѣленія тогожъ Эвклида должно изъяснено быть.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VI.

§. 9. *Прямая линѣя* (*linea recta*) есть, которая ровно состоитъ между своими точками, или коей всѣ части къ тойже послѣдней точкѣ прямо простираются. *Кривая линѣя* (*linea curva*) есть, коей части не ровно состоятъ между крайними точками. Происхожденіе линѣи, чрезъ движеніе не раздѣльной точки, которую въ умѣ представляемъ, обыкновенно изъясняется.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 10. Слѣдовательно прямая линѣя есть самое кратчайшее пропѣшеніе между двумя точками.

ПОЛОЖЕНІЕ I.

§. 11. Понеже, для измѣренія большихъ линѣи, мѣрою должны приняты быть нѣкоторыя меньшія линѣи (§. 3. предув.); того ради потребно, чшобъ сіи мѣры обстоятельно опредѣлены были. И такъ въ Геометріи мѣрою линѣи должна принята быть *сажень*, или *рута* (*decempeda, sive Pertica*), раздѣленная на 10 футовъ; для *фута жъ* (*pedem*) 10 дюймовъ, а для *дюйма* (*digitum, vel pollicem*) 10 *линѣи*, или

гранопѢ (lineas, vel grana) опредѣлишь должно. Знакъ сажени пусть будетъ (°), фуша ('), дюйма ("), линѣи ("). Изобрѣженіе сихъ десятичныхъ мѣръ Такветъ приписываетъ Сим. Стевину *Арифм.* стран. 233. Но Валлизій *предуп. Алгеб.* стран. 2. за изобрѣтателя оныхъ почитаетъ Юг. Кестигберга.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 12. Чтобъ величина сай сажени известна была, по первыхъ надлѣжитъ опредѣлишь длину фуша, которой, по обыкновенію употребляющихъ, весьма различенъ сталъ бытъ. Чего ради художники употребили свое стараніе о томъ, чтобъ имѣть известную пропорцію фушовъ вездѣ употребительныхъ, и въ чѣмъ давно уже шрудился Виллебрордъ Снеллій *Ератосфена Голландскаго* кн. 2. гл. 2. и 4. Онъ же стран. 130. утверждаетъ, что Рейнландской, или Дреиденской фушъ равенъ древнему Римскому фушу, и раздѣливъ Рейнландской фушъ на 1000 частей, для прочихъ опредѣляетъ подобныя соотвѣтствующія части. Но какъ самъ Снеллій явнымъ образомъ признался въ томъ стран. 141. что онъ не могъ получить общепринятыхъ мѣръ многихъ иностранныхъ фушовъ: то не можно и утверждаться на числахъ оныхъ него назначенныхъ. Чего ради не бесполезно будетъ здѣсь предложить содержанія нѣкоторыхъ фушовъ, оныхъ другихъ найденныя. Лондонской и Парижской фушъ содержатся между собою, какъ 14:16. Сравненіе Парижскаго и древняго Римскаго фуша, Гассендъ кн. 5. о Писерс. стран. 131 изобразилъ чрезъ числа 1000 и 906. Гавелій *предуп. о описаніи луны* стран. 12. пропорцію Гданскаго, Рейнландскаго и Парижскаго фушовъ изображаетъ, какъ 914:1000:1055. Пикаришъ *лутеш.* Уран. стран.

спран, 2 вмѣсто содержанія Фушовъ Парижскаго, Лейденскаго, или Рейнландскаго и Дацкаго, употребляеши слѣдующія числа: $720:696:709$. Онѣже въ тракт. о мѣрахъ, присовокупилъ пропорцію слѣдующихъ фушовъ: Гданскаго 636, Булонскаго Ишал. 843 , Шведскаго $658\frac{1}{4}$, Бриссельскаго $609\frac{3}{4}$, Амстердамскаго 629, Римскаго Капитолинскаго 653, и Римскаго пальма $494\frac{1}{2}$. Юг. Ейсеншмидъ, о пѣсахъ и мѣрахъ дрепнихъ Римлянъ, Грековъ и Жидовъ, спран. 93. и слѣд. Парижскаго, Рейнландскаго, Лондонскаго и Римскаго фушовъ такія пропорціи имѣетъ, какъ $1440:1391:1350:1320$. Вайеръ кабинет. Китай. предуп. спран. 134. Китайскаго и Парижскаго фуша содержаніе подтверждаетъ бытъ слѣдующее, какъ $676:639$. Припомъ см. де Компъ о нынѣшнемъ состояніи Китая, т. II. спран. 82. Сравненіе жъ Римскаго фуша съ другими употребительнѣйшими опредѣляетъ Рикцтолъ, испр. Геогр. кн. 2. гл. 2.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 13. Такимъ образомъ, зная содержаніе двухъ фушовъ и оныхъ сумму, которую какая линія въ себѣ содержитъ, можно будетъ найти число фушовъ другого рода, содержащихся въ тойже линіи. Но для рѣшенія сей задачи, должно употребить тройное правило возрѣшительное (§. 166. Арием.). Ибо чѣмъ больше какого фуша долгоша, тѣмъ меньшее число тѣхъ фушовъ будетъ содержать какая линія. На пр. Дано 500 Лондонскихъ фушовъ, требуется сыскашь соотвѣтствующія имъ числа въ Парижскихъ фушахъ. Понеже содержаніе Лондонскаго и Парижскаго фуша есть, какъ $15:16$, то должно посылать обратнымъ образомъ, $16:15 = 500:468\frac{2}{3}$.

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 14. Въ Саксоніи Дрезденской и Лейпцигской фушы сверхъ прочихъ въ употребленіи, и 15 фушовъ Лейпцигскихъ составляютъ Саксонскую сажень;



нашѣ же футѣ раздѣляется на 12. дюймовъ. Для употребленія жѣ Практическаго, какѣ сѣя, такѣ и другая всякая сажень обыкновенно раздѣляется на десять частей, и десятая часть оной на десять дюймовъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 4.

§. 15. Геометристъ, желающій безѣ ошибки мѣрять линіи на полѣ, долженѣ имѣть при себѣ *землемѣрную цѣль* (catenam metatorem), составленную изѣ мѣдныхъ, или желѣзныхъ звеньевъ, посредственной толщины, и чѣтобѣ каждое звено длиною было вѣ одинѣ футѣ, или вѣ половину онаго, а вся сажень по крайней мѣрѣ состояла изѣ пяти сажень, на свои знаки раздѣленныхъ. Употребленія жѣ веревокѣ долженѣ опасаться, которыя хотя и будучѣ варены вѣ маслѣ конопляномѣ; токмо различнымѣ перемѣнамѣ подвержены бывающѣ, шо есть, иногда корчась, а иногда растягающѣ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 16. Изѣ вышепоказаннаго положенія явствуетѣ, что, когда сорты Геометрическихъ мѣръ такую жѣ, какѣ и простые числа, десятичную пропорцію имѣющѣ: шо сложеніе, вычитаніе, умноженіе и дѣленіе оныхъ мѣръ, чрезѣ сѣе средство, весьма легкимѣ дѣлается; по кодику приведеніе оныхъ безѣ всякаго труда здѣлано быть можетѣ. На пр. 2⁰ сажени шоже значащѣ, что и 20⁰ футовъ, или 200⁰ дюймовъ, и проч. Положимѣ, что должно сложить числа, 2 . 3', съ 4 . 7'. 6": шо первое число, чрезѣ приложеніе къ нему нуля, приводится вѣ такой меншей сортѣ, какой вѣ другомѣ находится, и попомѣ дѣлается обыкновенное сложеніе, наблюдая примомѣ одно токмо десятичное содержаніе. На пр. $2^0.3'.0'' + 4^0.7'.6'' = 7^0.0''.6''$. Равнымѣ образомѣ дѣлается и вычитаніе; умноженіе жѣ и дѣленіе десятичныхъ чиселъ, чрезѣ проспыхъ числа, ни мало не разствуаетѣ отѣ подобной практики проспыхъ чиселъ. О прочемѣ во второй и третей главѣ Геометріи на своемѣ мѣстѣ обстоятельнѣе упомянуто будетѣ.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VII.

§. 17. *Кругъ* (circulus) есть кривая линѣя, которая кондомъ А прямой линѣи АС, въ ф. 11. почкѣ А утвержденной и около сей точки обведенной, описывается.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VIII.

§. 18. Точка въ кругѣ средняя С, *центрѣ*, (centrum); кривая круговая линѣя, *окружность* (peripheria, sive circumferentia); прямая линѣя ВСD, проведенная чрезъ центрѣ С, отъ одной точки окружности В къ другой противоположенной D, *поперешникѣ* (diameter); половинная того поперешника часть ВС, *полупоперешникѣ* (semidiameter, vel radius); и наконецъ прямая линѣя ЕF, проведенная также отъ одной точки окружности ко всякой другой противоположенной почкѣ тойже окружности, *хорда* (chorda, vel subtensa) называется.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 19. Слѣдовательно всякой окружности точки въ равномъ разстояніи находящаея отъ центра, или центрѣ есть въ срединѣ круга, и полупоперешники одного круга равны между собою.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 20. Поперешникѣ, поколику проходитъ чрезъ центрѣ, или чрезъ средину круга, раздѣляетъ оной кругъ на двѣ равныя части.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 21. И на прямой линѣи ВD, изъ взятаго на нейже центра С, можно описать только полукруга. Доказательство сего предложенія, сочиненное Талесомъ, Кладій выводилъ изъ Прокла къ Евклид. Кн. 1. опред. 17.



ПОЛОЖЕНІЕ 2.

§. 22. Окружность всякаго круга Геометры раздѣляютъ на 360 частей (*) равныхъ, которыя называются *градусами*. Чего ради половинѣ круга 180, а четверть, то есть, четвертой части круга 90 градусовъ приписываютъ. Всякой градусъ 60 минутъ, и всякая минута 60 секундъ въ себѣ содержитъ. Знакъ градусовъ есть ($^{\circ}$), минуты одною палочкою ($'$), секунды двумя ($''$), а шерстьи тремя палочками ($'''$) означаются.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ IX.

§. 23. *Параллельныя линіи* (Parallelae) Ф. 2. суть тѣ, которыя, будучи какъ далеко ни
3. протянуты, всегда имѣютъ между собою одинакое разстояніе. *Параллельные круги* (circuli paralleli), во особливости *Концентричные* (Concentrici) называются, поколику оныя изъ одного тогожъ центра, токмо различными полупересечниками описываются.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 24. Прямая параллельныя линіи, будучи по изволѣнію съ обѣихъ сторонъ какъ далеко ни протянуты, ни съ которой стороны одна съ другою не сходящейся.

ЗАДАЧА I.

§. 25. Дано разстояніе параллельныхъ
Ф. 4. линій, прописать оныя.

РѢШЕНІЕ.

На прямой линіи АС возьми циркулемъ данное разстояніе параллельныхъ линій,
и

(*) Древность сего раздѣленія явствуетъ изъ Плин. кн. 2. гл. 23, и изъ Птолом. кн. 1. гл. 9.

и поставивъ одну ножку циркула на линѣ А С, онымъ растворомъ циркула, такъ какъ полупоперешникомъ, начертъ дуги В и D; потомъ на крайнія точки тѣхъ дугъ положивъ линѣйку, чрезъ оныя проведи прямую линѣю В D, которая будетъ параллельна съ другою данною (§. 19.).
Ч. Н. 3.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 26. Проводятся также параллельныя линѣи, помощію двухъ линѣекъ, поперегъ между собою связанныхъ, также помощію чертёжной доски, которая по Н межки называется (Reisbret). Но рѣдко такую доску столяры дѣлаютъ исправно.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ X.

§. 27. Параллельнымъ линѣямъ противопологаются линѣи *наклоненныя* (inclinatae) ф. 5. и *сближающіяся* (convergentes) А В и С D, ^{6. 7.} ^{8. 9.} которыя въ иномъ мѣстѣ болѣе, а въ другомъ меньше другъ отъ друга отстоятъ. Также *собирающіяся* (concurrentes) Е F и G F, которыя въ одной точкѣ собираются, и *прикасающіяся* (contingentes), изъ которыхъ одна прямая, а другая кривая, или обѣ кривыя, и въ одной точкѣ между собою соединяются такъ, что ни одна другой не пересѣкаетъ, сколько бы обѣ оныя далеко простирались вдали. Наконецъ *пересѣкающіяся* (secantes), которыя взаимно между собою пересѣкаются.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XI.

§. 28. Уголъ (Angulus) называется двухъ собирающихся линѣй, одной къ другой на ф. 10. ^{11.}клоненіе; какой происходитъ, когда двѣ
линѣи

линьи АС и ВС, будучи въ точкѣ С соединены, движениемъ круговымъ одна отъ другой взаимно раздвигаются такъ, что центръ движенья будетъ въ точкѣ соединения. Тотъ уголъ называется *прямолинейной*, и *плоской* (*rectilineus & planus*), которой замыкаютъ двѣ прямыя линьи; а *криволинейной*, или *сферической* (*curvilineus, vel sphaericus*), которой заключается между двумя дугами круга. Бока, между которыми заключенъ уголъ, называются *бедра* (*crura*), и точка С, въ которой соединяются бедра, *верхъ угла* (*vertex anguli*) именуется.

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 29. Количество угла познается, когда величина круговой дуги АВ опредѣляется, и чѣмъ больше, или меньше бываетъ она дуга, тѣмъ больше, или меньше будетъ уголъ, той дугѣ соответствующей. Равные жъ углы называются *тѣ*, которые имѣютъ равныя дуги, или *мѣры*.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 30. Наблюдая одно наклоненіе линій, хотя бока какаго угла продолжены, или сокращены будутъ, количество онаго тѣмъ самымъ не увеличивается и не уменьшается.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 31. Происходилъ споръ объ углѣ *прикосновенія* N. которой заключается между дугою круга и касательною линіею, можетъ ли онъ причисленъ быть къ угламъ? Сей вопросъ подтверждалъ Клавій, а опровергалъ Пелешартъ. Съ симъ и мы по справедливости согласуемъ, поколику такого касательнаго угла не имѣется, которой бы подлежалъ измѣренію. Валлизія въ 1. том. опшик. стран. 605. говоритъ, что Клавію никакого вспоможенія не дѣлаетъ опредѣленіе Евклидова, которой книг. 1. опред. 8. уголъ называется *наклоненіемъ линій* (*угломъ изгибъ*), поколику изъ слѣдующихъ той-

же книги предложеній ясно разумѣть можно, что Евклидъ вездѣ упоминаетъ о такомъ углѣ, которой измѣряется дугою. См Таквеш. Элемен. Геом. кн. III. предл. 16.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 32. Когда уголъ означается тремя литерами, которыя надъ линиями заключающими уголъ надписываются, то та литера среднее мѣсто занимаетъ должна, которая при верьху угла находилась.

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 33. Чтобъ рѣшеніе задачъ практической Геометріи лучше разумѣть: то не безполезно будетъ здѣсь кратко описать самонужнѣйшіе инструменты, которые находятся въ употребленіи у Геодезистовъ, оставляя между тѣмъ изображеніи оныхъ, поколику въ лекціяхъ предъ глаза представить оныя, также о составленіи и употребленіи оныхъ упомянуть за благо разсуждается.

1. Желающій научиться Геометрической практикѣ во первыхъ долженъ спараться о томъ, чтобъ имѣть при себѣ ящичекъ, въ которомъ бы находились два циркула (circini), изъ коихъ у одного одна которая ни будь ножка дѣлается подвижна; перо чертежное (pena), полукружіе (semicirculus) раздѣленное на цѣлыя, и половинные градусы, которое вообще называется Транслаториумъ (Translatatorium), наугольникъ, или образецъ (norma), масштабъ (scala), на которомъ и мѣры дюймовъ и которыхъ знаменѣйшихъ фузовъ изображены, также параллелизмъ (parallelismus) (§. 25.).

2. Помѣкъ долженъ имѣть въ готовности четырехугольной етоликъ (mensulam quadrangularem), въ полтора фута, на трехъ ножкахъ утвержденной такимъ образомъ, что въ положеніе параллельное и вертикальное съ горизонтномъ удобно можно приводить оной. Изобрѣненіе сего етолика Юг. Преторію и описывается Дан. Швеншеръ шрак. 3 пракш. Геом. стран. 637.

3. Числѣ на семь столбѣ можно было чертить линіи, соотвѣствующія умышленнымъ на полѣ, должна быть линѣйка (regula) деревянная, или мѣдная съ діоптрами, къ которымъ скважины по концамъ, или краямъ той линѣйки находятся.

4. Сверхъ того долженъ имѣть нѣсколько жезелъ (baculos), длиною по пяти футовъ, съ низу окованы въ желѣзѣ, которые поименно для означенія линій на полѣ.

5. О землѣмѣрной цѣпи уже сказано (§. 15.).

6. Также, что въ удобнѣе можно было проводить показанные инструменты въ положеніе горизонтальное и вертикальное, потребенъ патерласъ или оуптесъ (libella), и ниточка, на которой виситъ гирька. Показанной патерласъ можетъ вдѣлываться многими образами, и гораздо удобнѣе, если бы съ одного боку на угольника будучи привѣшена на ниточкѣ гирька, которая показываетъ тогда горизонтальное положеніе основанія, когда она подходитъ къ перпендикулярной линіи; о цѣмъ ниже сказано въ Гидравликѣ пространнѣе упомянуто будетъ.

7. Но хотя ими не многими инструментами можно дѣлать и совершать измѣренія полей; однако иногда потребно бывають и величину угловъ означать числами градусовъ, сколько они въ себѣ содержатъ, что дѣлается помощію цѣлаго круга, или полукружія на цѣлыя градусы, на шестыя и десятыя оныхъ части раздѣленнаго, при которомъ находятся двѣ пары діоптръ, одна подвижная, (такъ какъ линѣйка которая имѣетъ подвижныя діоптры, называется Алгидадой (Alhidada), а другая не подвижная. Сей инструментъ вообще называется Астролябією (Astralabium); покольку въ древнія времена, подобныя инструменты употребляемы были для смотренія звѣздъ.

8. При Астролябіи обыкновенно бывають Компасъ (Compassus), или магнитная коробочка (Fuxis, magnetis)

magnetica), въ которой стрѣлка, магнитомъ нашер-
тая, по срединѣ круга на градусы раздѣленнаго,
находится утвержденная на шпилькѣ. Оная стрѣл-
ка какъ для означенія странъ свѣта, такъ и для
выскантія величины угловъ потребна.

9. Дѣлается также такая коробочка, въ ко-
торой магнитная стрѣлка содержится, съ двумя не
подвижными діоптрами, на меридіональной линіѣ
утвержденными безъ Астролябіи, и тогда назы-
вается *корабельнымъ компасомъ* (Boussole).

10. Наконецъ, для измѣренія такихъ угловъ,
коихъ бока въ верхъ простираются, служить ква-
дрантъ (quadrans), или четвертая часть круга, на
90 град. соотв., и на меньшія оныхъ части раздѣлен-
ная, имѣющая также діоптры и гирьку привѣшен-
ную на ниточкѣ. Но сіи и другіе инструменты на-
рочно описываетъ Николай Віонъ въ о обливой книгѣ,
о составленіи и употребленіи Математическихъ
инструментовъ, которую съ Французскаго языка
на Нѣмецкой перевелъ, и изрядными дополненіями
умножилъ слава Дюпельматеръ, и подъ именемъ,
der Mathematischen Werckschule, издалъ въ Нюримбергѣ
1713. 1717. 1723. год. въ 4. На Французскомъ же
языкѣ вышла въ Парижѣ 1709. год. въ 8.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XII.

§. 34. *Уголъ прямой* (Angulus rectus)
есть, когда прямая линія АВ, на другой Ф. 13.
СД стоитъ такъ, что ни на которую сто-
рону не наклоняется. Прямая линія АВ,
такимъ образомъ на другой стоящая, пер-
пендикулярною, или отвѣсною (perpendi-
cularis, vel normalis) называется.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 35. Инструментъ здѣланной изъ двухъ пер-
пендикулярныхъ линіекъ, прямой уголъ составляю-
щихъ, *наугольникомъ* (norma) называется (§. 33.)

Витру-

Витрувій кн. 9. гл. 2. изобрѣшателемъ сего инстру-
мента почитаетъ Пизагора.

ТЕОРЕМА I.

Ф. 20. §. 36. Мѣра прямого угла есть
четверть круга, или 90 градусовъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда прямая линія CD , на другой
 AB вставленная перпендикулярно, ни на
которую сторону не наклоняется, то она
съ обѣихъ сторонъ дѣляетъ углы ACD и
 DCB между собою равные (§. 28.). Но на
линіи AB , изъ взятаго на нейже центра
 C , можно описать только полукруга (§. 21.);
слѣдовательно съ обѣихъ сторонъ прямому
углу C вмѣсто мѣры соотвѣствуетъ по-
ловиная дуга полукруга, или четверть кру-
га (§. 22.). Ч. Н. Д.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIII.

Ф. 14. §. 27. Уголъ прямого больше CDV , тупой
(*obtusus*), а прямого меньше $CD A$, острый
(*acutus*) называется. Оба сии углы также
косими углами (*anguli obliqui*) называются.

ЗАДАЧА II.

§. 38. Пропости перпендикулярную линію.

РѢШЕНІЕ I.

Ф. 15. Положимъ, что на линіи AB изъ точки C
должно вставить перпендикулъ. Возьми
циркулемъ съ обѣихъ сторонъ отъ точки
 C равныя части AC и CB , и изъ A и B
по изволенію взятымъ раствореніемъ цир-
куля начерши дуги, пересѣкающія себя въ
 D , откуда проводи линію DC , которая
будетъ

будетъ желаемая перпендикулярная линѣе. Ч. н. 2.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже по изволенію взятыя растворенія циркула AD и $DВ$ суть равныя, и $АС = СВ$: то видно, что линѣя DC стоишь на другой такъ, что ни на которую сторону не наклоняется (§. 34.).

РѢШЕНИЕ 2.

Скорѣе можно воставить перпендикулярную линѣю, помощію наугольника (§. 35.).

ЗАДАЧА III.

§. 39. Раздѣлить данную прямую линѣю AB на двѣ равныя части.

РѢШЕНИЕ.

Раствореніемъ циркула, которое бы больше ф. 16. половины данной линѣи было, изъ обѣихъ крайнихъ точекъ A и B , здѣлай разрѣзы съверху и снизу пересѣкающіеся въ D и E , и потомъ проводи линѣю DE , которая данную линѣю AB раздѣлитъ на двѣ части $AC = CB$. Ч. н. 3.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Линѣя DE къ прямой линѣѣ AB есть перпендикулярна, понеже она ни на которую сторону не наклоняется, то есть, покольку точки D и E равно отстоятъ отъ крайнихъ точекъ A и B (§. 34 36); следовательно каждая точка оной линѣи въ равномъ разстояніи отъ A и B находится (§. 9.). По чему C есть въ срединѣ линѣи AB . Ч. н. д.

ЗАДАЧА IV.

§. 40. Вымѣрять прямолинейной уголъ.

РѢШЕНІЕ.

1. На *булавѣ*, или на *доскѣ*. Къ точкѣ соединенія боковъ угла приложи *цѣнтръ* *транспортира*, а *поперешникъ* онаго положи на которой ни будь бо-ѣ, и на окружности полукружія сочини градусы, и часины оныхъ, которыя между обоими боками содержащая, чрезъ что будемъ извѣстно количество угла.
2. На *полѣ*. Послѣ того, какъ бока угла, колыями перпендикулярно возникнувшими, будуще означены, въ верьху онаго угла поставь *столникъ*, и на ономъ, чрезъ возникшую *шпильку*, означь *точку*, которая бы соотвѣтствовала верьху измѣряемаго угла, и приложивъ къ оной *шпилькѣ* *линійку* съ *дѣоптрами* такъ, что бѣ она была въ такой же *дирекціи*, какъ и *линіи* назначенныя на *полѣ*, проведи на ономъ *столникѣ* другія *линіи*, которыя будуще изображать подобной уголъ, которой послѣ того должно вымѣрять *транспортиромъ*, или *полукружіемъ*. Или *другимъ образомъ*. Въ верьху угла поставь *Астролябію*, и на бока его наведи *дѣоптры*, пошѣмъ сочини градусы и минушы, содержащіяся между шѣми *линіями*, на которыя наведены *дѣоптры*.
3. Когда жѣ одинъ угла бока А С ошѣ *плоскости* къ верьху поднимается, въ такомъ случаѣ принимается въ помощь *квадрантъ*, и чрезъ *дѣоптры* усащивается вмѣшны *точка* А, тогда *ниточка* СГ, на которой привѣшена *гирька*, на дугѣ того *квадранта*

ша DF опрѣжешъ число градусовъ для измѣряемаго угла.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поиске для измѣренія угла потребно только опрѣдѣленіе величинъ дуги, которая углу такъ какъ мѣра, противопологается (§. 28.), и изъ оныхъ инструментовъ, употребленіе которыхъ теперь показано, явствуетъ, что помощью оныхъ находящиеся дѣльные градусы и части градусовъ, которыми какая ни будь дуга опредѣляется; того ради не можно имѣть никакого сомнѣнія о справедливости двухъ первыхъ рѣшеній. Въ разсужденіи жъ шретьяго рѣшенія надлежитъ примѣчать, что, когда углы CCF и DCE суть прямые, и равны между собою (поколикую чрезъ опытъ извѣстно, что гирька на ниточкѣ привѣшенная всегда перпендикуляръ къ линіѣ съ горизонтомъ параллельной BCG означаетъ; объ углахъ жъ квадрата, см. §. 34. и 33. прим. 10.), или же DCE только отстоитъ отъ перпендикула CF , сколько CE отъ линіи CG : то углы GCE и DCF равны между собою (§. 28. 29.). Но векорѣ и изъ другого основанія будетъ доказано, что углы ACB и GCE , которыхъ верьхи противоположаются, суть равные (§. 48); следовательно дуга DF есть мѣра угла ACB (§. 23. Аріе.).

ЗАДАЧА V.

§. 41. Здѣлать уголъ равной другому данному углу.

РѢШЕНІЕ.

Начерти дугу равную мѣрѣ даннаго угла, на бумагѣ помощью транспортира, а на



полѣ чрезъ етоликѣ, или чрезъ Астролябію, и потомѣ удобно можно будетѣ прибравѣ бока для того угла.

- Особливо жѣ на бумагѣ рѣшится сія задача
- Ф. 18. однимѣ циркулемѣ; но есѣ, данному углу
19. А С В здѣлается равной уголѣ, ежели взятымѣ по изволенію раствореніемѣ циркула А С, одну его ножку поставивѣ въ верьху С, начерпишь дугу А В, и потомѣ на линіѣ с в тѣмже полупоперешникомѣ изѣ с опишешь дугу *ab* равную А В, и проведешь бокѣ *ca* (§. 29.).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIV.

- §. 42. Углы смежные (anguli contigui)
Ф. 21. суть тѣ, которые находятся при общемѣ бокѣ. На пр. *y* и *x*.

ТЕОРЕМА II.

§. 43. Когда прямая линія А В, на другой прямой линіѣ Д С состоящая, дѣлаетѣ углы смежные *хиу*: то они имѣютѣ пятыя рапняются двумѣ прямымѣ угламѣ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже на линіѣ С Д, изѣ взянаго на нейже ценпра, можно описатьъ только полукруга (§. 21.); слѣдовательно все углы, которые происходятѣ отѣ соединенія прямыхѣ линій въ точкѣ В, мѣрою имѣютѣ полукруга (§. 29.), и равняются двумѣ прямымѣ угламѣ (§. 33.). Ч. н. д.

ПРИБА.

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 44. Если бы будущъ два только смѣжные угла, и одинъ изъ нихъ прямой: то будетъ и другой также прямой.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 45. Если бы изъ смѣжныхъ угловъ одинъ уголъ есть острый: то другой будетъ тупой, и знавъ одинъ уголъ, будетъ другой дополненіемъ къ 180 градусамъ.

ПРИБАВЛЕНИЕ 3.

§. 46. Если бы внизу линіи, отъ линіи взаимно себя пересѣкающихъ, произойдутъ смѣжные углы o и s : то и они будутъ также равны двумъ прямымъ угламъ. И все углы, какъ въверху, такъ и внизу оной линіи находящіеся, и отъ прямыхъ линій, которыя взаимно себя въ тойже точкѣ пересѣкаютъ, произшедшіе, по коликѣ мѣстою имѣютъ цѣлой кругъ, вмѣстѣ выпуклые, равняются чепыремъ прямымъ угламъ.

ОПРЕДѢЛЕНИЕ XV.

§. 47. Углы при верьху противоположенные (*anguli ad verticem oppositi*) суть тѣ, Ф. 22. которыхъ верьхи противопологаются, и происходятъ отъ линій, взаимно себя пересѣкающихъ. На пр. n и s , также m и o .

ТЕОРЕМА III.

§. 48. Углы пертикальные (*anguli verticales*) противоположенные суть равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже смѣжные углы $n + m = 180^\circ$ град. (§. 43.), и $m + s = 180^\circ$: то, отъ сихъ равныхъ угловъ отнявъ общей уголъ m , останутся равные n и s (§. 26. Ариф.). Равнымъ образомъ доказываеся, что $m = o$.
Ч. н. д.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVI.

§ 49. Треугольникъ плоской (*triangulum planum*) есть фигура тремя прямыми линиями окруженная. Линія, на которой дѣлается утверждение, основаніе (*basis*), а прочія двѣ линіи, бока, или бедра (*crura*) называются; верхняя жъ точка, которая противопоставляется основанію, верхъ (*vertex*) именоваться будетъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVII.

Ф. 23. § 50. Треугольникъ, въ разсужденіи бо-
24-25. ковъ, есть либо равносторонній (*aequilaterum*), которой имѣетъ всѣ три бока равные, либо равнобедренный, или равнобоčný (*isosceles*), которой имѣетъ два только бока равные, либо неравносторонній, или разносторонній (*scalenum*), которой имѣетъ всѣ три бока неравные.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVIII.

Ф. 26. § 51. Треугольникъ, въ разсужденіи
27-28. угловъ, есть либо прямоугольной (*rectangulum*), въ которомъ одинъ уголъ находится прямой, либо остроугольный (*acutangulum*), въ которомъ всѣ три угла острые, либо тупоугольной (*obtusangulum*), въ которомъ одинъ уголъ находится тупой.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIX.

Ф. 26. § 52. Треугольника прямоугольнаго са-
мая большая линія АС, которая противопоставляется прямому углу, Гипотенузою (*hypotenusa*) называется. Въ томже прямоугольномъ треугольникѣ боки перпендикулярной, при прямомъ углѣ находящейся, на пр. АВ или ВС, катетомъ (*cathetus*) именуется.

ТЕО.

ТЕОРЕМА IV.

§. 53. Во всякомъ треугольникѣ два бока вмѣстѣ пзанные суть больше остальнаго.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда прямая линія АС есть самая Ф. 26. кратчайшая, которая соединитъ между двумя точками (§. 10.): то слѣдуетъ, что всякая линія, которая, кромѣ прямой, соединяетъ двѣ тѣ точки, имѣетъ большее протяженіе. И потому $AB + BC > AC$. Ч.и.д.

ЗАДАЧА VI.

§. 54. Задать треугольникъ изъ трехъ данныхъ линій, изъ которыхъ двѣ которыя ни будь пзанные вмѣстѣ суть больше, нежели третья остальная.

РѢШЕНІЕ.

1. Большую изъ данныхъ линій 1 возьми Ф. 29. за основаніе АВ.
2. Помощью смѣрай циркулемъ другую линію 2, и симъ расшвореніемъ изъ одной крайней основанія точки А начерти дугу въ С.
3. Наконецъ также взявъ циркулемъ третью линію 3, тѣмъ же расшвореніемъ изъ другой крайней точки В пересѣки первую дугу, и къ точкѣ разрѣза С изъ обѣихъ крайнихъ основанія точекъ проведи бока АС и ВС. Такое составленіе явствуетъ изъ опредѣленія треугольника.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 55. Равнымъ образомъ треугольникъ равносѣторной, зная одну только линію, и треугольникъ равнобедренной, когда будутъ даны двѣ линіи, начертить можно.

Ибо въ равносторонномъ треугольникѣ одна также линия употребляется три раза, а въ равнобедренномъ треугольникѣ съ обѣихъ сторонъ восставляются на основаніи одинакой бокъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XX.

§. 56. *Сходственные фигуры* (congruae figurae) суть тѣ, изъ которыхъ одна, будучи приложена къ другой, точно съ нею сходствуешь, такъ что, ежели одна на другую положена будетъ, вся всю закроетъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 57. Такое сходство фигуръ требуетъ точнаго равенства, какъ цѣлой фигуры, такъ и каждой ея части; и ежели о какихъ ни будь фигурахъ можно доказать, что онѣ сходствуютъ: то тѣ фигуры должны быть равны между собою.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 58. Нѣкоторые сию Аксіому почитаютъ темною, и количествъ, изъ которыхъ одно къ другому взаимно прикладывается, и одно на другое полагается, содержаніе, такъ какъ механическое, и Геометріи противное выводять. См. Гуец. доказ. епанг. Аксіом. 4. §. 2. стран. 26. Но того не требуется, чтобъ самымъ дѣломъ одна фигура полагалась на другую, но однимъ только воображеніемъ должно дѣлать такое сравненіе, и такимъ образомъ точное фигуръ сходство получается.

ТЕОРЕМА V.

§. 59. *Ежели въ двухъ треугольникахъ* ABC и DEF *одинъ уголъ* В ^{Ф. 30.} *будетъ равенъ одному углу* Е, ^{31.} *и два бока* АВ и ВС, *равны двумъ бокамъ* DE и EF: *то и цѣлые треугольники будутъ равны между собою.*

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже бока $AB = DE$ и $BC = EF$ сходны между собою, по причинѣ равенства (§. 57.), и уголъ B сходенъ съ угломъ E : то точка A на точку D , и точка C на точку F упадетъ; слѣдовательно линія AC сходствуе съ линіею DF (§. 10.), и также углы A и D , C и F сходствуютъ между собою, и цѣлые треугольники суть равны между собою. Ч. н. д.

ТЕОРЕМА VI.

§. 60. *Если въ двухъ треугольникахъ два угла равны между собою, на пр. $B = E$, $C = F$ и бокъ BC равенъ боку EF : то и цѣлые треугольники будутъ равны между собою.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Съ предъидущимъ точно сходствуеъ. Ибо здѣлавъ сравненіе обѣихъ фигуръ, можно будетъ видѣть, что всѣ части обоихъ треугольниковъ сходствуютъ между собою, изъ чего заключается равенство всѣхъ частей и цѣлаго.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 61. Что въ двухъ треугольникахъ, которые имѣютъ всѣ бока равныя, будущіи и углы, между равными боками содержащіяся, и цѣлые треугольники равны между собою, о томъ какъ самое сопавленіе такого треугольника показываетъ, такъ и ниже сего доказано будетъ (§. 127.).

ЗАДАЧА VII.

§. 62. *Здѣлать треугольникъ равной данному.*

РѢШЕНИЕ.

Здѣлай уголъ E равной углу B , и бокъ DE и EF равные бокамъ AB и BC , и будутъ треугольники равные (§. 19.). Или, здѣлай два угла равные двумъ угламъ, и одинъ бокъ равной боку другого треугольника, такимъ образомъ наконецъ произойдутъ равные треугольники (§. 60.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 63. Для рѣшенія предложенной задачи на бумагѣ, потребенъ циркуль, помощью котораго всякая треугольная плоская фигура взята, и по изволению можетъ перенесена быть на другое мѣсто.

ТЕОРЕМА VII.

Ф. 32. §. 64. Углы A и B , которые пѣ равностороннихъ треугольниковъ находятся при основаніи, равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Начертивъ дугу круга AB , возьми на ней же дуги AE и EB равныя, потомъ изъ центра C проводи полуперпендикуляры CA и CB , и точки A и B соедини прямою линіею, такимъ образомъ здѣлается равнобедренный треугольникъ ABC (§. 20. 50.). Наконецъ изъ центра къ срединѣ дуги проводи линію, точками означенную CDE : то будутъ углы x и y равны между собою, покольку имѣютъ равныя мѣры AE и EB (§. 29.). Чего ради, понеже $AC = CB$, и линія CD есть средняя и общая, треугольники CAD и CDB сходны между собою (§. 59.), и слѣдовательно уголъ A равенъ углу B . Ч. и. д.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 65. Понеже двѣ треуголники равны между собою, и углы смѣжные при D суть равные и прямые (§. 44.), и бока AD и DB сходствуютъ, того ради линія CD есть перпендикулярная, которая, будучи проведена изъ центра, и хорду ADB пересѣкая на двѣ части, пересѣкаетъ и дугу той хорды противоположенную AE на равныя части. И обратно, линія, пересѣкающая хорду на двѣ части при прямыхъ углахъ, проходящѣхъ чрезъ центръ.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 66. Понеже равносрочной треугольникъ есть также равнобедренный; того ради, какимъ образомъ свой онъ будетъ поставленъ, явствуетъ, что въ равносрочномъ треугольникѣ всѣ углы равны между собою.

ЗАДАЧА VIII.

§. 67. Раздѣлить данной уголъ на двѣ части.

РѢШЕНИЕ.

Изъ верху угла F начерти дугу HG, и взятымъ по изволѣнью распвореніемъ одну Ф. 33. ножку циркула поставивъ въ H и G, начерти другою ножкою онаго дуги, пересѣкающею себя въ точкѣ I, и изъ сней къ верху угла F проводи линію, которая раздѣлитъ уголъ F на двѣ части.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

$FH = FG$ (§. 19.) и $HI = GI$, по положенію, и линія FI общая обоимъ треугольникамъ HFI и GFI, и $\triangle HFI$ сходенъ съ $\triangle GFI$ (§. 61.): то и уголъ $HFI = GFI$.

ДРУГОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Точки I и F находящаяся надъ серединою хорды и дуги HG, поконструкціи: то прямая линія IF, которой всѣ части лежатъ ровно, пересѣкаетъ дугу HG на двѣ части, слѣдовательно и уголъ той дугѣ противоположенной. Ч. н. д.

ЗАДА-

ЗАДАЧА IX.

§. 63. Написать въ кругѣ всякой плоской треугольникъ.

РѢШЕНИЕ.

Ф. 34. Раздѣли два въ треугольникѣ бока АВ и АС на двѣ части прямыми перпендикулярными линіями (§. 38.), и гдѣ онѣ соединяющія, тамъ будетъ центръ *т* круга, коимъ около того треугольника описатьъ должно.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Представь, что треугольникъ уже написанъ въ кругѣ: то все бока его и быто иное будутъ, какъ хорды противоположенныхъ дугъ (§. 18.). Но перпендикулярная линія, пересѣкающая хорды на двѣ части, проходитъ чрезъ центръ (§. 65.); следовательно, гдѣ двѣ такія перпендикулярныя линіи соединяются, тамъ будетъ центръ круга.
Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 69. Равнымъ образомъ всякія три точки, не въ прямой линіи поставленныя, могутъ захвачены быть окружностью круга.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 70. И даннаго круга, или всякой дуги искомоу центръ находится, еслии двѣ хорды подъ тою дугою проведены, и прямыми перпендикулярными линіями будутъ раздѣлены на двѣ части.

ОПРЕДѢЛЕНИЕ XXI.

§. 71. Прямая поперечная линія ЕФ, Ф. 35. пересѣкающая двѣ параллельныя линіи АВ и СД, дѣлаетъ восемь угловъ, четыре *внѣшнихъ*, въѣ параллельныхъ, и четыре *внутреннихъ*, вънутрь параллельныхъ линій. Два внутренніе *и и*, *у*, *г* и *х*, находящіеся при

при томже бокѣ, называются *при одной сторонѣ* положенные (*ad eandem partem positi*). Но внутренніе x и u , s и y , изъ которыхъ одинъ подлѣ поперечной линіи внизу съ одной, а другой въ верху съ другой стороны, и обратно, находятся, называются *Алтерни* (*Alterni*).

ТЕОРЕМА VIII.

§. 72. *Внѣшней уголъ о равенъ внутреннему противоположенному x , которой находится при одной тойже сторонѣ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Представь, что линія АВ равнымъ движеніемъ упадетъ на другую линію CD, а линія EF между тѣмъ пребываетъ не подвижна, такимъ образомъ уголъ о упадетъ на уголъ x , и съ онымъ соудствуетъ; слѣдовательно внѣшней уголъ равенъ внутреннему противоположенному (§. 57.). То же служить въ разсужденіи угловъ t и y .
Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ

§. 73. *Внѣшней уголъ о есть также равенъ внѣшнему противоположенному w . Понеже $w = x$ (§. 48. и 23. Ариѳ.).*

ТЕОРЕМА IX.

§. 74. *Углы алтерни u и x равны между собою.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже $o = u$ (§. 48.), и $o = x$ (§. 72.): то будетъ также $u = x$ (§. 23. Ариѳ.). Равнымъ образомъ доказываеся, что $s = y$.
Ч. н. д.

ТЕО-

ТЕОРЕМА X.

§. 75. Внутренние углы, при той же боковой находящиеся s и x , равняются двумъ прямыхъ угламъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже $o + r =$ двумъ прямымъ угламъ, или 180 градусамъ (§. 43.). Но $r = s$ (§. 48.), и $o = x$ (§. 72.); следовательно, равное вмѣсто равнаго поставимъ (§. 23. Ариѳ.), будемъ $s + x = 180$ градусамъ, или двумъ прямымъ угламъ. Равнымъ образомъ доказываемся, что $u + y = 180$ градусамъ.
Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ

§. 76. Когда прямая линія на двѣ другія углы, и тѣ пересѣкая, дѣлаетъ, или углы вѣншей внупреннему противоположенному, или вѣншей вѣншему противоположенному жъ, или углы алтерни равные, или два внупренніе, при одномъ боковой находящіяся, равные двумъ прямымъ угламъ: то линія, такую поперечную линію пересѣченія, будуще параллельны между собою. Понеже изъ вышеобъясненныхъ доказательствъ вѣствуемъ, что сѣ вѣншіе и внупренніе углы свойства тогда только имѣють мѣсто, когда линіи параллельны.

ТЕОРЕМА XI.

Ф. 36. §. 77. Параллельныя линіи, между параллельными жъ линіями состоящія, суть равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, проведши поперечную линію MP между параллельными линіями MN и OP , будемъ $\triangle MOP = \triangle MNP$, по тому что, ежели тѣ линіи параллельны, и углы алтерни равны между собою (§. 74.),
то

то есть, $o = s$, и $u = y$, и линѣя МР есть
обоимъ треугольникамъ общая (§. 60.); че-
го ради $MN = OP$, и $MO = NP$. Ч. и. д.

ЗАДАЧА X.

§. 78. Провести параллельныя линѣи, подѣ
какимъ ни будь угломъ къ другой прямой ли-
нѣи наклоненныя.

РѢШЕНИЕ.

Съ линѣею АВ, которая подѣ угломъ x къ Ф. 37.
другой линѣи ВД наклонена, параллель-
ная линѣя СД опишется, ежели уголъ y
удѣляется равной углу x , и попомѣ ли-
нѣи СД проведена будетъ. Ибо такимъ
образомъ, когда внѣшней уголъ y удѣланъ
равенъ внутреннему противоположенно-
му x , линѣи АВ и СД будутъ параллель-
ны (§. 72. и 76.).

ТЕОРЕМА XII.

§. 79. Во всякомъ плоскомъ тре-
угольникѣ, всѣ три угла помѣстѣ пѣя-
тые, равны двумъ прямымъ угламъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведи линѣю АВС параллельную съ Ф. 33.
основаніемъ DE: то будетъ $x = 2$, и $y = 3$
(§. 74.). Но $x + 1 + y = 180^\circ$ (§. 43.); слѣ-
довательно, равное вмѣсто равнаго поста-
вивъ, будетъ также $1 + 2 + 3 = 180^\circ$ (§. 23.
Ариѳ.). Ч. и. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ I.

§. 80. Зная два угла неравносторонняго треугольника,
и третьей, такъ какъ дополненіе къ 180° , будетъ при-
томъ извѣстенъ.

ПРИБА-



ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 81. Въ равнобедренномъ треугольникѣ, попереже два угла при основаніи равны между собою (§. 64.), зная одинъ уголъ, и прочіе два будутъ извѣстны.

ПРИБАВЛЕНИЕ 3.

§. 82. Въ равносторонномъ треугольникѣ, когда всѣ углы равны между собою (§. 66.), каждой изъ оныхъ содержишь въ себѣ двѣ трети прямого угла, то есть, 60 градусовъ.

ПРИБАВЛЕНИЕ 4.

§. 39. Изъ чего явствуется и то, что прямой уголъ удобно можетъ раздѣленъ быть на три части. То есть, здѣлай равносторонной треугольникъ АВС, и на основаніи онаго съ одного конца вставь перпендикулъ DB (§. 38.): то будетъ уголъ DBA третья часть прямого угла DBC, попереже уголъ ABC содержишь въ себѣ двѣ трети прямого угла. И такъ прямой уголъ раздѣлился на три части, ежели уголъ ABC линіею *bd* будетъ пересѣченъ на двѣ части (§. 67.).

ПРИБАВЛЕНИЕ 5.

§. 84. Также въ одномъ томже треугольникѣ одинъ только прямой уголъ, или одинъ больше прямого быть можетъ; и когда одинъ изъ нихъ прямой: то прочіе два острые, оба вмѣстѣ, составляютъ 90 градусовъ, или одинъ прямой уголъ, и одинъ изъ острыхъ угловъ есть другаго дополненіемъ къ прямому.

ПРИБАВЛЕНИЕ 6.

§. 85. Ежели два угла одного треугольника равны двумъ угламъ другаго: то и третьей уголъ будетъ равенъ третьему.

ТЕОРЕМА XIII.

§. 86. Внешней уголъ *x*, которой
Ф. 40. происходитъ отъ продолженія одного бока пѣ треугольникѣ, равняется двумъ внутреннимъ противоположеннымъ угламъ *o* и *n*.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Попереже $x + y = 180^\circ$ (§. 42.), также $y + o + n = 180^\circ$ (§. 79.); того ради, изъ равныхъ

равныхъ суммъ вычепши общей уголъ y ,
останутся равные $x = o + n$ (§. 26. Ариф.).

Ч. Н. Д.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXII.

§. 87. *Подобныя фигуры* (similes figurae) суть тѣ, которыя имѣютъ всѣ углы равныя всѣмъ угламъ, и бока противоположенные разнымъ угламъ пропорціональные.

TEOREMA XIV.

§. 88. Линія DE, параллельная
сз оснопангемъ треугольника ABC,
пересѣкаетъ бока онаго такъ, что ча.Ф.41:
сти къ тѣмъ бокамъ, отъ коихъ онѣ
отсѣчены, имѣютъ подобное содер-
жаніе.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Представь, что пересекающія линіи DE сперва положена была на верьху А, а опшуда, наблюдая параллельное положеніе съ основаніемъ, спускалась на оное: то слѣдуетъ, что, на какомъ среднемъ мѣстѣ, на пр. въ DE, оная линія ни основаніе, на обоихъ бокахъ перейдемъ подобныя части AD и AE, поколику оныя бока принимаются въ разсужденіе такъ къ доро́га, по которой линія DE къ основанію ВС слѣдуетъ; и какъ, для положенія параллельнаго, крайнія оной линія точки съ обѣихъ сторонъ должны касаться основанія, такъ и состоящая линія на какомъ ни будь среднемъ мѣстѣ, съ обѣихъ сторонъ переходитъ подобныя части той доро́ги, то

В

есть,

есть, когда она перешла половику на одномъ боку, то также должна перейти половику и на другомъ боку. И сіе для всякой другой пропорціи служишь; слѣдовательно $AB:AD=AC:AE$, или *перезъ членъ* (alternatim) (§. 112. Ариѳ.) $AB:AC=AD:AE$. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 89. И остатки такоежъ, какъ и цѣлыя бока, содержаще имѣющъ. Понеже разность предъидущихъ членовъ къ разности послѣдующихъ содержишься такъ, какъ предъидущей къ послѣдующему (§. 113. Нум. 2. Ариѳ.). То есть, $AB-AD:AC-AE=BD:CE=AB:AC$.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

Ф. 42. §. 90. Ежели проведено будетъ съ ономъ параллельныхъ линій больше, на пр. ab и cd ; то всѣ бока оныхъ будутъ пропорціональны между собою. Ибо изъ выше предложеннаго доказательства и прибавленія къ оному явствуетъ истинна слѣдующихъ пропорцій:

$$FG:FN=aF:bF=aG:bH$$

$$cF:dF=cG:dH$$

$$cF:dF=ac:bd=cG:dH$$

ПРИБАВЛЕНИЕ 3.

§. 91. На оборотъ, ежели какая линія, на пр. DE пересѣчетъ бока въ треугольникъ пропорціонально, будетъ параллельна съ основаніемъ.

ТЕОРЕМА XV.

§. 92. Въ треугольникахъ, равные углы имѣющихъ, бока равнымъ угламъ противоположенные пропорциональны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ф. 43. Представь, что треугольникъ ABC имѣетъ равные углы съ малымъ треугольникомъ $\alpha\beta\gamma$, какъ на пр. $A=\alpha$, $B=\beta$, $C=\gamma$. Положи малой треугольникъ на верхъ большаго, что для равныхъ угловъ A и α слѣла-

здѣлано бышь можетъ (§. 57.). Понеже углы $\beta = \text{В и } \gamma = \text{С}$: то будетъ линіи $\beta \gamma$ и В С параллельны (§. 76.); слѣдовательно служивъ здѣсь слѣдующая пропорція $\text{А В} : \text{А С} = \alpha \beta : \alpha \gamma$. Также, по причинѣ равныхъ угловъ $\text{В и } \beta$, возьми В за верхъ шреугольника, а А С за основаніе, и положи опять малой шреугольникъ на верхъ В : то опять може, что и прежде, выдешъ, то есть, линіи $\alpha \gamma$ будетъ параллельна съ линіею А С , и опшуда выводится слѣдующая пропорція $\text{А В} : \text{В С} = \alpha \beta : \beta \gamma$; слѣдовательно въ обоихъ случаяхъ, по причинѣ пропорціи, что чрезъ членъ (§. 112 Ариѳ.), будетъ $\text{А В} : \alpha \beta = \text{А С} : \alpha \gamma = \text{В С} : \beta \gamma$. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 93. Такіе равноугольные шреугольники по справедливости называются подобными, поколику имѣютъ равные углы и одинакую боковъ пропорцію (§. 87.). Чего для, по причинѣ подобія знаковъ, по которымъ они распознаются, различены бышь не могутъ, развѣ дѣйствительнымъ образомъ будутъ сравнены между собою (§. 8. Ариѳ.).

ЗАДАЧА ХІ.

§. 94. Раздѣлитъ прямую линію на какія ни будь данныя части.

РѢШЕНІЕ.

Случай 1. Когда должно раздѣлитъ прямую линію на данныя части. Проведи нѣсколь- Ф. 44.
ко параллельныхъ линій такъ, чтобъ всѣ другъ опъ друга равно опстояли (§. 24.), попомъ смѣрай циркулемъ линію А С , кошорую раздѣлитъ должно, и перенеси оную на тѣ параллельныя линіи такъ, чтобъ между точками А и С столько раз-

стояній параллельныхъ линій умѣсти-
лось, сколько равныхъ частей данная ли-
нія имѣть должна, что здѣлавъ, точки
сѣченія параллельныхъ линій покажутъ
искомыя равныя части данной линіи А С.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже $AB:AC = A_1:AE = A_2:AD$;
сѣдовательно А Е будетъ третья часть
линіи А С, такъ какъ А 1 есть третья
часть линіи АВ (§. 88.), и проч.

Случай 2. Когда должно раздѣлить пря-
мую линію на неравныя части, но по
пропорции такихъ частей, на какія
другая линія уже раздѣлена.

Ф. 45. На линіи уже раздѣленной Е F здѣлай
равносторонной треугольникъ D E F (§. 54.
55.), потомъ линію, которую раздѣлить
должно, перенеси на оба бока сего равно-
стороннаго треугольника въ D G и D H, и
проведи прямую линію G H, наконецъ изъ
верху сей фигуры къ раздѣленіямъ основа-
нія О и М проведи также прямыя линіи,
которыя въ точкахъ 1 и 2 раздѣлятъ пря-
мую линію G H такъ, какъ другая линія
Е F раздѣлена.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже $DG = DH$: то будетъ G H
параллельна съ основаніемъ E F (§. 91.), и
потому служить сѣдующая пропорція D E :
E F = D G : G H, и какъ D E = E F: то будетъ
также $DG = GH$, сѣдовательно, для по-
добія треугольниковъ, которые отъ прове-
денныхъ изъ верху линій произошли, бу-
детъ $DE:EO = DG:G_1$, и $DE:EM = DG:$

G 2,

Г 2, и линѣя Г Н раздѣлена въ такой пропорціи, въ какой основаніе Е F раздѣлено было. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 95. Ежели линѣя, которую раздѣлять должно, будетъ больше линѣи уже раздѣленной Е F: то въ такомъ случаѣ бокъ треугольника D E F продолжашся далѣе основанія до тѣхъ поръ, пока не умѣстится на оныхъ та линѣя, которую раздѣлять должно.

ЗАДАЧА XII.

§. 96. Найти третью пропорціональную линію къ даннымъ двумъ линіямъ.

РѢШЕНІЕ.

1. Здѣлай какой ни будь величины уголъ F. 46. E A D, и на нижней его бокъ подлѣверху перенеси первую изъ данныхъ линію A B, а на другой верхней бокъ другую A C, и проводи линію C B, которая соединитъ крайнія точки первыхъ линій.
2. Съ первою линіею соедини вторую въ $B D = A C$, и изъ D здѣлай линію D E параллельную съ первою C B (§. 78.): то C E будетъ третья пропорціональная линія.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, для параллельныхъ линій C B и D E, между тѣми линіями будетъ такая пропорція $A B : A C = B D : C E$ (§. 89.). Но $A C = B D$; слѣдовательно C E есть третья пропорціональная линія (§. III. Ариѳ.).

ЗАДАЧА XIII.

§. 97. Найти четвертую пропорціональную линію къ даннымъ тремъ линіямъ.

РѢШЕНИЕ.

Ф. 46. 1. Здѣлай также какой ни будь уголъ А, и на нижней его бокъ подѣль верьху перенеси первую изъ данныхъ линію АВ, а на верхней бокъ другую АС, и проводи линію СВ.

2. Помощью прѣшью линію соедини съ первою въ ВD, и здѣлай линію DE параллельную съ СВ: то будешь СЕ искомая четвертая пропорціональная линія.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Точно сходствуетъ съ предъидущимъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIII.

§. 98. Геометрической масштабъ, или размѣръ (*scala geometrica*), по Нѣмецки, *ein veriüngter maastab*, есть образецъ, на которомъ Геометрическія мѣры, каждая изъ оныхъ на десять частей раздѣленная, представляются въ малыхъ линіяхъ. Иные *инструментомъ частей* (*instrumentum partium*) называютъ.

ЗАДАЧА XIV.

Ф. 47. §. 99. Начертить Геометрической масштабъ.

РѢШЕНИЕ.

1. На прямой линіи АС возьми десять равныхъ частей, и въ крайней точкѣ А восставь перпендикулярную линію АВ, и раздѣли оную также на десять равныхъ частей.
2. Чрезъ перерѣзы перпендикулярной линіи проводи линіи параллельныя съ нижнею линіею, и на верхнюю изъ оныхъ ВD перенеси такихже десять частей равныхъ, какія и на нижней линіи взяты были.

3. Изъ крайней перпендикула точки В, къ точкѣ 9, находящейся на нижней линіѣ, провели поперечную линію В 9, и съ оною чрезъ всѣ верхней и нижней линіи раздѣленія начертили параллельныя линіи, а на концѣ С также восставъ перпендикулярную линію С D.
4. Линію А С перенеси, сколько угодно, на верхнюю и нижнюю линію, и изъ точекъ Е и Г восставъ перпендикулы Е Г и Г Н и проч.
5. Наконецъ раздѣленія сего масштаба означь числами, какія фигура предѣ глаза представляешь.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ежели линія А С будетъ принята за сажень: то десятыя ея части будутъ значить Геометрическіе фуны, а линіи параллельныя съ основаніемъ, въ $\triangle АВ 9$, находящіяся между перпендикуломъ АВ и поперечною линіею В 9, будутъ представлять десятыя части фуна, или дюймы (§. 11.). Но какъ всѣ треугольники, которые происходятъ отъ проведенной поперечной линіи, для линій съ основаніемъ параллельныхъ, и общаго угла В, суть равноугольные и подобныя; того ради служатъ слѣдующія пропорціи $АВ:А 9 = В 1:1 m$, также $ВА:В 1 = А 9:1 m$, и $ВА:В 2 = А 9:2 n$ и проч. (§. 92.). Почему $1 m$ есть десятая часть линіи А 9, такъ какъ В 1 есть десятая часть линіи АВ. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 100. Следовательно на семъ масштабѣ изображающа частіи прѣхъ Геометрическихъ мѣрѣ; и ежели линія А С возмется за мѣру футовъ: то десятиыя ея частіи будутъ значить дюймы, и десятиыя частіи дюймовъ, или линіи, часицидами 1^ш, 2^н, и проч. означаются.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 101. Изъ чего явствуетъ, что 1^ш есть сотая часть линіи А С, и такимъ образомъ прямая линія раздѣляется на сто равныхъ частей.

ПРИБАВЛЕНИЕ 3.

§. 102. Вѣкъ самъ разумѣетъ то, что такіе масштабы различной величины здѣланы быть могутъ, какъ кому угодно будетъ, въ большихъ, или въ меньшихъ другихъ линіяхъ глазамъ представлять помянутыя линіи Геометрическихъ мѣрѣ.

ПРИБАВЛЕНИЕ 4.

§. 103. Сверхъ того, ежели не будетъ угодно три сорта Геометрическихъ мѣрѣ споль пруднымъ образомъ изображать на такомъ масштабѣ: то довольно иногда бываетъ, ежели на прямой линіи АВ два только сорта мѣрѣ изображены будутъ.

ПРИБАВЛЕНИЕ 5.

Ф. 43. §. 104. Употребленіе Геометрическаго масштаба есть слѣдующее: линію (изъ фигуры, или образа, къ которому шобъ масштабъ принаравливается) взявъ циркулемъ, перенеси на масштабъ, и особливо на нижнюю линію, такимъ образомъ шопчасъ видно будетъ, сколько цѣлыхъ и десятиыхъ мѣрѣ частей снѣ линія содержишь; есмьли жѣ дайте и изъ прѣшняго сорта часициды въ той линіи содержаша: то оныя найдутся, подвигая въ верхъ по перпендикулярной линіи Е Г, или Г Н и проч. ножку циркула до мѣрѣ порѣ, пока другая его ножка не ляжетъ на перерѣзъ которой ни будь параллельной и поперечной линіи, въ каѣточкѣ А В С D, ибо сколькока та линія, къ которой другая измѣряемая принаравливается циркулемъ, будетъ, считая оныя нижней, столько частіи прѣшняго сорта, сверхъ двухъ первыхъ сортовъ, и линія измѣряемая содержишь. Что, смотря на одинъ образецъ, ясно можно видѣть. На пр. линія Х Z (ежели линія А С будетъ принята за сажень) содержишь двѣ сажени, три футовъ, и сверхъ того чепыре дюйма. Равнымъ образомъ и частіи, или мѣры другой какой ни будь данной линіи снимаются съ Геометрическаго масштаба.

ЗАДАЧА XVI.

§. 105. Найти двухъ мѣстъ разстояніе АВ, котораго, за прелятстїемъ пѣ срединѣ находящимся, поимѣрять не можно.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Возьми колѣ на какомъ ни будь претѣ-Ф.49. емъ мѣстѣ С, и опшуда вымѣрай разстояніе АС, и перенеси оное назадъ въ тойже прямой линїѣ въ Е; потомъ вымѣрай разстояніе средняго кола отъ другой крайней точки СВ, и перенеси оное также назадъ въ D, и въ Е и D возьми по колу, такимъ образомъ линїя DE будетъ равна искомому разстоянію АВ.
2. Если, для продолженія назадъ линїй АС и СВ, не достаетъ мѣста: то перенеси хотя нѣсколькую ихъ часть, на пр. половинную, претѣю и проч. и будетъ умѣщающаяся между крайними ихъ точками подобная нѣсколькая часть разстоянія, то есть FG.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Въ первомъ случаѣ, $\triangle AСВ = \triangle CDE$, для равныхъ угловъ, которые при верьху С находящагося (§. 48.), и для равныхъ двухъ боковъ; слѣдовательно $DE = AB$ (§. 49). Во второмъ же случаѣ, для подобной пропорціи нѣсколькихъ частей, служилъ слѣдующая пропорція $CF : CD = CG : CE$; слѣдовательно FG параллельна съ основанїемъ DE (§. 91.), и треугольники CFG и CDE суть подобные, и потому имѣютъ мѣсто слѣдующая пропорція $CF : CD = FG : DE$, или АВ. Ч. н. д.

РѢШЕНИЕ ВТОРОЕ.

- Ф. 50. 1. Поставь ешолнкъ (§. 33.) на какомъ ни будь шренъемъ мѣстѣ C , изъ котораго бы можно было видѣть обѣ крайнія точки измѣряемой линіи.
2. Возьми на ономъ шпильку, и приложи къ ней линіику съ дѣлирами, и къ L и M проводи линіи.
3. Вымѣрай разстоянія CL и CM , и по Геометрическому машшабу возьми подобныя мѣры (§. 104.), и изъ C перенеси оныя на линіи проведенныя на ешолнкѣ; потомъ проводи линію no , и вымѣрай оную пошомужъ машшабу, и будешь извѣстна величина линіи LM .

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже по машшабу взятыя части no и so пропорціональны бокамъ LC и CM то no параллельна съ основаніемъ (§. 91.), и меньшей треугольникъ подобенъ большому (§. 92.), и бокъ no , по машшабу взятой, равенъ искомому боку LM .

РѢШЕНИЕ ТРЕТІЕ.

Ежели помощію Астроляби, то есть дѣла- лаго круга, или полукружія, вымѣряеш- ся уголъ C , и саженью будущъ опредѣле- ны бокъ, замыкающіе оной уголъ: то, помощію полукружія и Геометрическаго машшаба, можешь соетавленъ быть тре- угольникъ подобной большому. То есть, помощію полукружія, дѣлается уголъ та- койже величины, а по машшабу подобныя найденныхъ боковъ (§. 41.) линіи къ по-
мужъ

мужъ углу принаравливающа (§. 104.),
что здѣлавъ, претѣя сего треугольника
линіи будетъ показывать искомое раз-
стояніе.

ЗАДАЧА XVI.

§. 106. Найти разстояніе двухъ мѣстъ
АВ, изъ которыхъ къ одному только В по-Ф. 51.
дойти можно.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Возьми по изволенію третье мѣсто С
около крайней точки В, и онаго разсто-
яніе отъ В, то есть, ВС перенеси въ
прямой линіи въ ВD, и въ С и D вош-
кни по колу такъ, чтобъ видѣнь и раз-
личать оныя можно было.
2. На прямой линіи АС, вошкни другой
колъ Е, и онаго разстояніе отъ средняго
кола, то есть, ВЕ перенеси, наблюдая
прямую линію, въ F.
3. Потомъ подвигайся назадъ, и ищи точ-
ку G, изъ которой бы колья F и D, и
двѣ крайнія точки А и В казались въ пря-
мой линіи, тамъ будетъ $GV = AV$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

$\triangle EBC = \triangle BFD$, по причинѣ равныхъ
угловъ, при верьху находящихся, и двухъ
боковъ съ обѣихъ сторонъ равныхъ (§. 59.);
слѣдовательно уголъ $C = D$. Чего ради и
 $\triangle ABC = \triangle BDG$, понеже углы при верь-
ху В (§. 48.), и прочіе два при С и D суть
равные, и $BC = BD$ (§. 60.); слѣдователь-
но $AB = BG$. Ч. и. д.

РѢШЕ-

РѢШЕНИЕ ВТОРОЕ.

- Ф. 52. 1. Поставь столикъ въ крайней точкѣ В, къ которой подойти можно, и сверхъ того выбери другое мѣсто С для второй станціи.
2. Вошкнувъ шпильку на столикѣ въ точкѣ i , которая надъ крайнею точкою В находится, смотри въ діоптры, на линѣйкѣ ушверженныя, къ точкамъ А и С, и къ онымъ на столикѣ проводи линѣи.
3. Вымѣрай саженью линѣю ВС, и мѣру ея, по масштабу взятую, перенеси на линѣю, которая на столикѣ къ другой станціи проведена, въ i С.
4. Помѣмъ перенеси столикъ, и поставь его въ крайней точкѣ другой станціи С такимъ образомъ, чтобъ линѣя Si простиралась къ крайней точкѣ В, которую линѣйка съ діоптрами показываетъ.
5. Наблюдая тоже положеніе столика, смотри въ діоптры къ другой крайней точкѣ А, и замѣшь прежней линѣи, которая на столикѣ въ первой станціи поставленомъ изъ В къ А проведена была, перерѣзь въ t : то будетъ $ti = АВ$. Понеже явствуешь изъ предъидущихъ, что треугольники $Si t$, и $С АВ$ суть подобные; следовательно и разстояніе ti , взятое по масштабу, равно линѣи АВ.

РѢШЕНИЕ ТРЕТІЕ.

Точно сходствуетъ съ показаннымъ въ предъидущей задачѣ. Понеже изъ двухъ угловъ С и В, Гониометрическимъ инструментомъ

помѣ вымѣрянныхъ и одного даннаго бока СВ, принявъ въ помощь Геометрической маштабъ, можно здѣлать треугольникъ Cti подобной большому АВС (§. 92.).

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 107. Явствуетъ припомѣ, что по сей задачѣ можно найти широту какой рѣкы.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 108. Ежели въ первомъ рѣшеніи за тѣсною цѣлыхъ линій ВС и ВЕ далѣе В перенести не возможно: то довольно, еслии нѣсколькою только части тѣхъ линій въ ВН и ВІ взяты будутъ; ибо такимъ образомъ подобная часть ВК бока ВG = АВ находится См. пред. задачу и §. 92.

ЗАДАЧА XVII.

§. 109. Найти разстояніе двухъ мѣстъ АВ, изъ которыхъ ни къ одному подойти не Ф. 53 возможно.

РѢШЕНИЕ ПЕРВОЕ.

Ежели колы и сажень въ помощь для измѣренія приняты будутъ: то предъидущая задача дважды повторена быть должна, чрезъ которую найдутся линіи $AC = CL$ и $CB = CK$, и здѣлавъ то, по причинѣ равныхъ угловъ, при верьху С находящихся, будетъ $\triangle ABC = \triangle CKL$, и $AB = KL$ (§. 59.).

РѢШЕНИЕ ВТОРОЕ.

1. Принявъ въ помощь столикъ, выбери двѣ Ф. 54 станціи D и C, и въ первой, подлѣ линійки съ діоптрами, и на точки В, А, D наведенной, проводи линіи,
2. Потомъ вымѣрявъ разстояніе CD, возьми оное по маштабу въ ое, и поставивъ столикъ подлѣ точки D, и проведши линію

нѣю oe къ первой станціи, извѣ о къ A и B проведи другія линіи, и гдѣ оныя будутъ пересѣкашь линіи, которыя въ первой станціи проведены были, тамъ всю оную фигуру $ABCD$ представляшь въ маломъ видѣ, и опредѣлишь разстояніе $AB = ri$, которое по шомужь масштабу вымѣрять надлежитъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже $\triangle roe = \triangle ADC$, по причинѣ общихъ угловъ при o и e находящихся, и $oe = DC$ по положенію, сверхъ того $\triangle ope = \triangle BDC$ по тойже причинѣ (§. 60.); слѣдовательно $\triangle rpe = \triangle ABC$ (§. 59.), и линія $ri = AB$.

РѢШЕНИЕ ТРЕТІЕ.

По Гониометрическому инструменту сыщи углы при o и e находящіеся, и линію oe возьми по масштабу, такимъ образомъ малые треугольники roe , ope и rpe подобные большимъ треугольникамъ ADC , BDC и ABC (или лучше, по причинѣ равенства меньшихъ боковъ по масштабу вымѣранныхъ, и большихъ саженью равнымъ образомъ опредѣленныхъ, равные B соединены бышь могутъ, что здѣлавъ, будетъ извѣстна линія $ri = AB$.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 110. Геодезисту при рѣшеніи такихъ задачъ должно наблюдать то, чтобъ не очень малыя разстоянія станцій принимаемы были, и столикъ отъ положенія горизонтальнаго, а колья отъ положенія вертикальнаго не уклонялись. Ибо обѣ такія погрѣш-

гнѣтѣннѣ въ практикѣ помѣшательство, и измѣреніе сумнительнымъ обыкновенію дѣлаютъ.

ЗАДАЧА XVIII.

§. III. Вымѣрять высоты.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Ф. 55.

Случай 1. Если хъ высотѣ подойти можно. Возьми два кола DE и FH, изъ которыхъ бы первой былъ вышиною въ пять, а другой, въ восемь, или девять футовъ. Меньшой колъ вошки въ какомъ ни будь мѣстѣ, и къ нему приложи глазъ. Потомъ большой колъ поставь перпендикулярно подлѣ меньшаго въ FH такъ, чтобъ приложеннымъ глазомъ къ точкѣ D усмотрѣть въ одной прямой линіѣ верхнія точки F и A большаго бока и измѣраемаго перпендикула. Что издѣлавъ, вымѣрай какъ разстояніе DB меньшаго кола отъ перпендикула измѣраемой высоты, такъ разстояніе DG и разность колевъ FG. И понеже $\triangle DGF \sim \triangle DAB$, по причинѣ общаго угла D и прямаго G равнаго прямому въ B (§. 85. 95.): то будетъ слѣдующая пропорція:

$$DG : GF = DB : BA$$

въ которой, когда при первые члена даны, и претей будетъ извѣстенъ, хотя въ числахъ (§. 115. Ариф.), или въ линіяхъ (§. 97.) пожелаешь рѣшить задачу. Наконецъ, еслии къ линіѣ АВ придастелъ $BC = DE$ (§. 77.), будетъ извѣстна вся высота AC.

Случай

Случай 2. *Ежели къ пысотѣ лодойти не можно.* Найди сперва разстояніе СЕ (§. 106.), и далѣе поступай такъ, какъ въ первомъ случаѣ показано.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Ф. 56. Помощію столика. Случай 1. *Ежели къ пысотѣ лодойти можно.* Поставивъ столикъ въ С, ушверди его въ верьшикальномъ положеніи, и къ шпилѣкѣ воткнутой въ С приложивъ линѣйку съ діоптрами, означь горизонтальную линію cb , потомъ поворотивъ діоптры въ верьхъ А, проводи линію ca , послѣ того вымѣривъ линію СВ, перенеси оную по маштабу въ cb , и изъ точки b воставь перпендикулярную линію $ab = АВ$ (§. 60.).

Ф. 57. Случай 2. *Ежели къ пысотѣ лодойти не можно.* Найди сперва или разстояніе какой ни будь станціи отъ перпендикула, и далѣе поступай такъ, какъ въ предъидущемъ рѣшеніи показано, или выбери два мѣста для станцій въ N и М, и на столикѣ, въ первой станціи N ушвержденномъ, проводи линію къ верьху А, и горизонтальную or , и вымѣривъ разстояніе станцій MN, назначь оное по маштабу на линіѣ or ; потомъ поставивъ столикъ въ М, и приложивъ діоптры къ точкѣ r , смотри опять къ верьху А, и проводи линію rk , кошорая пересѣчетъ первую въ точкѣ k , откуда опусти перпендикулъ $kl = AL$. Такимъ образомъ подобные треутольники ork и klr произой-

дуть,

дупъ , или лучше , по причинѣ подобнаго числа мѣръ въ обоихъ случаяхъ , приличествующихъ линіямъ , будутъ равныя треугольникамъ AMN , и ALM (§. 60.) ; слѣдовательно $kl = AL$.

РѢШЕНІЕ ТРЕТІЕ.

Какимъ образомъ , въ разсужденіи обоихъ случаевъ , помощію круга , или полукружія , съ находящимися при немъ діаметрами , сыскать два угла , и зная линію станціи , можешь здѣланъ бытъ , помощію Геометрическаго масштаба , малой треугольникъ , которой бы точно подобной былъ большому , и показывалъ искомой перпендикулъ , о томъ примѣрами въ предъидущихъ задачахъ ясно показано было.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIV.

§. 112. Уголъ при центрѣ (*Angulus ad centrum*) есть , котораго бока соединены въ центрѣ круга ; уголъ при окружности (*angulus ad peripheriam*) есть , котораго бока смыкаются въ точкѣ окружности.

ТЕОРЕМА XVI.

§. 113. Уголъ при центрѣ BCD есть вдвое больше угла при окружности BAD , когда бока обоихъ угловъ состоятъ на одной тойже дугѣ окружности.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Случай 1. Когда одинъ бокъ угла при окружности проходитъ чрезъ центръ , а другой въ центрѣ находится : то , по ко-

Г

лику

лику въ равнобедренномъ треугольникѣ ACD (§. 20.) углы при основаніи A и D равны между собою (§. 64.), и вѣншней уголъ $DCB = A + D$ (§. 86.), которые поколику также равны между собою: то уголъ при центрѣ DCB есть вдвое больше угла при окружности DAB .

Ф. 59. Случай 2. Когда оба бока угла при окружности вѣншнра будутъ расположены такъ, что одинъ бокъ съ одной, а другой съ другой стороны центра будетъ поспавленъ: то, проводши изъ верьху угла при окружности чрезъ центръ линію ACE , произойдетъ вдвое первой случай. То есть, $x = 2n$, и $y = 2r$ по первому случаю; слѣдовательно также $x + y = 2n + 2r$ (§. 25. Ариѳ.), или уголъ BCD есть вдвое больше угла BAD .

Ф. 60. Случай 3. Когда оба бока угла при окружности съ одной стороны центра найдутся: то будетъ $y + x = 2r + 2n$ по первому случаю. Но $x = 2n$ попомужь первому случаю; слѣдовательно $y = 2r$ (§. 26. Ариѳ.).
Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

Ф. 61. §. 114. Углы при окружности A и B , которыхъ бока состоятъ на одной дугѣ, или на равныхъ, равны между собою, понеже они суть половинные равныхъ угловъ при центрѣ (§. 30. Ариѳ.). Углы жѣ при окружности, которые состоятъ на неравныхъ дугахъ, суть между собою не равные, и изъ оныхъ той уголъ есть большой, которой противопологается большей дугѣ, а той меньшой, которой противопологается меньшей дугѣ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 115. Мѣра угла при окружности есть половинная дуга той окружности, на которой состоятъ бока угла.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНИЕ 3.

§. 116. Чего ради уголъ въ полукружїи А, котораго Ф. 62. бока состоятъ на поперешникѣ, есть прямой. И начертивъ полукружїе, многіе прямые углы въ ономъ удобно составляются. Изъ чего можно также научиться и пому, какъ повѣрять наугольникъ, которой здѣланъ мастеромъ.

ПРИБАВЛЕНИЕ 4.

§. 117. Уголъ при окружности, котораго бока стоятъ на большей дугѣ, нежели полукружїе, есть тупой, или больше прямого; а которой противопоставляется меньшей дугѣ, нежели полукружїе, есть острый, или меньше прямого.

ЗАДАЧА XIX.

§. 118. Воставить перпендикулярную ли-Ф. 63. нїю на концѣ А другой линїи.

РѢШЕНИЕ.

1. Надъ данною линїею возьми въ какомъ нибудь мѣстѣ центръ С, и изъ онаго опиши кругъ чрезъ крайнюю почку А, на которой надлежитъ воставить перпендикулярную линїю.
2. Изъ другой почки В, которую кругъ, пересѣкая шуже линїю, означаетъ, чрезъ центръ проводи поперешникъ В С D, и изъ D къ А опусти искомой перпендикулъ. Понеже уголъ D A В есть прямой (§. 11.), какой заключается между перпендикулярными линїями (§. 34.).

ЗАДАЧА XX.

§. 119. Найти среднюю пропорціональную Ф. 64. линїю между двумя дѣльными линїями.

РѢШЕНИЕ.

1. Данныя прямая линїи АВ и ВС соедини, и на соединенной линїи АВ С опиши полкруга.



2. Помощь изъ точки соединенія В восставъ перпендикулярную линію BD , которая будетъ истинная средняя пропорціональная линія.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Треугольники ADC , ABD и BDC суть равноугольные, и между собою подобные (§. 93.). Понеже прямой уголъ r равенъ углу, состоящему изъ полукруга ADC (§. 116.), и углы s и o суть общіе какъ большому, такъ и меньшимъ двумъ треугольникамъ; изъ чего явствуетъ, что все углы суть равные (§. 85.); следовательно служилъ такая пропорція (§. 92.), $AB:BD = BD:BC$, и BD есть средняя пропорціональная линія между двумя данными (§. 111. Арн.). Ч. н. з. и. д.

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 120. Следовательно все линіи, снѣ точекъ окружности на поперешникѣ перпендикулярно проведенныя, суть среднія пропорціональныя линіи между спръзками того поперешника.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 121. И понеже $\triangle ADC$ есть всегда прямоугольной: то видно, что перпендикулярная линія, которая изъ прямого угла опускается на гипотенузу, раздѣляетъ треугольникъ на два другіе прямоугольные треугольника, между собою и цѣлому подобные.

ЗАДАЧА XXI.

§. 122. Найти двѣ среднія непрерывно пропорціональныя линіи между двумя прмыми линіями AB и AC .

РѢШЕНІЕ.

1. Соедини AB и AC поѣ прямыми углами, и здѣлай четверобочную и прямоугольную фигуру $ABCD$.

2. Проведи въсей фигурѣ поперешники СВ и АД, и продолжи линіи АВ и АС.
3. Помѣмъ къ углу D приложи линіѣйку, и одну пошку циркула поставивъ въ центрѣ фигуры G, другую пошку онаго расправи до точекъ Е и F, и линіѣйку до шѣхъ поръ шуда и сюта подвигай, пока линіи GE и GF не будутъ равныя. Что заѣлаавъ, будетъ ЕС первая, а BF другая искомая пропорціональная линія.

Доказательство для сего рѣшенія и ѣ показанныхъ до сихъ мѣстъ Геометрическихъ оснований вывести не можно, ибо, хотя и справедлива слѣдующая пропорція $CD : EC :: BF : BD$ (§ 92.); однако сверхъ того должно показать, что шѣ только членицы ЕС и BF суть средія непрерывно пропорціональныя линіи между данными, коихъ крайнія точки опредѣляются равными линіями GE и GF, изъ принципа параллелограмма проведенныя. См. Штурм. Матем. изъясн. снран. 308.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 123. Способъ сей Механической изобрѣлъ Геронъ, по снѣшельству Евмощеву, въ Комент. къ Аристот. о Шарѣ и Цилиндрѣ, снран. 15, на которомъ мѣстѣ онъже многія другія для тойже задачи рѣшенія, отъ древнихъ математиковъ разумно вымышленныя, объявляетъ; вышншго же ѣвка изобрѣшенія, которыя принадлежатъ къ сей задачѣ, всадъ преподаются писателями аналитики. См. Служ. Месолабъ (Mesolabium). Но понеже о механическомъ рѣшеніи теперь упоминаю; того ради за благо разсуждается упомянуть здѣсь о томъ, какъ то сѣ

рѣшеніе разнствуетъ отъ Геометрическаго. То есть рѣшеніе задачи Геометрическое есть то, которое въ силу ясныхъ и не сомнѣваемыхъ Геометрическихъ началъ дѣлается, такъ что все обстоятельство, для рѣшенія задачи, должны быть извѣстны. Механическое же *ἀπο τῆς μηχανῆς* отъ инструмента названное) дѣлается помощью инструмента, котораго употребленіе бываетъ иногда ложное и сомнительное. На пр. въ предложенномъ выше сего примѣрѣ, линіейку къ верху угла D приложенную допѣхъ поръ сюда и сюда должно подвигать, пока точки E и F не будутъ равностоять отъ центра фигуры G. чего получить не можно, разве чрезъ частые опыты и перемѣны положенія инструмента. См. Невтон. предупѣд. начал. Философ. Матем.

ТЕОРЕМА XVII.

§. 124. Равныя дуги пѣ том же кругѣ противопологаются равнымъ хордамъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ф. 66. Пусть будутъ равныя дуги AGB и BFC, подъ коими проведенныя хорды DB и BC, будутъ равны между собою; понеже, ежели отъ крайнихъ ихъ точекъ къ центру D проведутся полуперпендикуляры, будемъ $\triangle ADB = \triangle BDC$, поколику равныя дуги противопологаются равнымъ угламъ при центрѣ (§. 29.), и полуперпендикуляры тогожъ одного круга, или бока AD, DB и DC также суть равны между собою (§. 19.); следовательно $AB = BC$ (§. 56.). Ч. н. д.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 125. Когда жъ дуги суть неравныя: то и хорды ихъ не равны, то есть, большая хорда большей дугѣ, а меньшая меньшей противопологается.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 126. И понеже известно, что всякой треугольникъ Ф. 67. можетъ написанъ быть въ кругѣ (§. 68.), и ежели доложимъ, что то уже здѣлано: что все углы въ треугольникѣ будутъ состоятъ при окружности, изъ которыхъ тѣ углы суть вдвое больше, которые при центрѣ противоположаются тѣмже дугамъ (§. 113.). Чего ради меньшой треугольника уголъ С меньшей дугѣ АВВ, а большой уголъ А большей дугѣ ВЕС противопологается. Но большой бокъ большей дуги, а меньшей бокъ меньшей дуги есть хорда: то слѣдуетъ, что въ треугольникѣ большой уголъ большому боку, а меньшей меньшему. противопологается.

ПРИБАВЛЕНИЕ 3.

§. 127. Сверхъ того изъ сихъ происходишь другая истина, о которой уже упомянуто (§. 61.). То есть, въ двухъ треугольникахъ, которые имѣютъ все три бока равныя, будутъ и все углы равны между собою. Ибо, написавъ треугольникъ въ кругѣ, равныя хорды будутъ соответствовать равнымъ дугамъ, которые опредѣляютъ равныя углы при центрѣ и при окружности (§. 113.), или углы равныя въ треугольникахъ.

ТЕОРЕМА XVIII.

§. 128. Поперешникъ круга есть Ф. 63. изъ всѣхъ хордъ, которыя пѣ том же кругѣ проведены быть могутъ, самая большая хорда.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Хотя другая какая ни будь линія, на пр. DE, очень близко къ поперешнику АВ проводится; токмо она будетъ меньше поперешника. Ибо. проведши полупоперешники DC и CE, въ $\triangle DCE$ будетъ $DE < DC + CE$ (§. 10.), и понеже $DC + CE = AB$: то будетъ $DE < AB$. Ч. п. д.

ЗАДАЧА XXII.

§. 129. Данъ поперешникъ круга, пымѣ-
рять окружность; и обратно, зная окружность,
найти поперешникъ.

РѢШЕНІЕ.

1. Какъ ужѣ, ищаніемъ вѣкошорыхъ остро-
умѣйшихъ Геометровъ, пропорціи попе-
решника и окружности довольно совер-
шенныя найдены: то и мы до тѣхъ поръ
будемъ употреблять оныя, пока ниже
сего въ плоской Тригонометріи не будетъ
случая находить и доказывать такую-жъ
пропорцію. То есть, поперешникъ содер-
жится къ окружности

По Архимед, какъ 7 : 22

— Луд. Цейлер, какъ 100 : 314

— Адр. Мец. какъ 113 : 355.

И такъ по данному поперешнику какого
ни будь круга, самая окружность, подоб-
ною пропорціею опредѣленная, находящаяся
чрезъ тройное правило (§. 115. Арие.).
Ва пр. пусть будетъ поперешникъ круга
2, 5, 6: то окружность онаго найдеш-
ся чрезъ слѣдующія пропорціи:

$$7 : 22 = 256 : 804 \frac{4}{7}$$

$$100 : 314 = 256 : 803 \frac{2}{5}$$

$$113 : 355 = 256 : 804 \frac{28}{113}$$

2. Обратно, зная окружность, попереш-
никъ найдется такимъ образомъ:

$$22 : 7 = 804 \frac{4}{7} : 256, \text{ и проч.}$$

ПРИБАВЛЕНІЕ.

- §. 130. И понеже такое содержаніе служилъ для всѣхъ
р. угловъ: то явствуетъ изъ того, 1) окружности кру-
гола содержится между собою какъ ихъ поперешники,

или полупоперешника; такоежъ содержаніе имѣютъ и подобныя дуги разныхъ круговъ (§. 120. Ариѳ.). 2) зная всю окружность, частями прямолинейной мѣры опредѣленную, подобнымъ образомъ нѣкоторая ея доля, или дуга, которой число градусовъ извѣстно, опредѣлился чрезъ тройное правило.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 131. Содержаніе поперешника къ окружности первой изъ брѣвъ Архимедъ, котораго и теперь еще есть въ свѣтѣ книжка, которую онъ называлъ *Kύκλου μετρώτης*. Онъ же на сей конецъ принялъ правильныя многоугольныя фигуры, одну написанную въ кругъ, а другую около круга, и обѣ состоящія изъ 96 боковъ, и вычиславъ прямолинейное окруженіе обѣихъ фигуръ, для средняго круга показанную теперь пропорцію къ поперешнику нашелъ, и показавъ, что въ окружности содержится поперешникъ меньше, нежели $3 + \frac{1}{7}$, а больше нежели $3 + \frac{1}{72}$. Потомки жъ его тоже самое болѣе изспрѣдали, и содержаніе обѣихъ линій чрезъ большія чѣла обострятельче опредѣлили. О чемъ ниже сего въ Тригонометріи нѣкоторымъ примѣромъ извѣщено будетъ (§. 54. Триг. пл.). Впрочемъ между всеми пропорціями, которыя состоятъ изъ малыхъ чиселъ, имѣетъ преимущество Метіева, потому что она есть средняя между Архимедовою и Шейленовою; и какъ Шейленъ содержаніе поперешника къ окружности чрезъ знаки, или числа XXXVI. изобразилъ: то Метій пропорцію семи первыхъ чиселъ чрезъ оныя малыя числа 113:355 нашелъ слѣдующимъ образомъ: $113:355 = 10000000:31415929$. Ибо Шейленъ находилъ четвертое сей пропорціи число = 31415926. См. Людвигъ. Шейленъ. Гильдесг. кн. о кругѣ, которая произошла на Нидерландскомъ языкѣ въ Дельфтахъ 1596. год. въ листъ, при томъ Таквеш. Теор. выбран. изъ Архимед. предл. 6.



ГЕОМЕТРІЯ

ГЛАВА ВТОРАЯ

ЕПИПЕДОМЕТРІЯ,

или

О

ИЗМѢРЕНІИ ПОВЕРХНОСТЕЙ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXV.

§. 132.

Поперѣхность (*superficies*) есть такая величина, которая простирается въ длину и ширину, ограничивается линѣями, и никакой толщины не имѣетъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVI.

§. 133. **Поперѣхность** есть, или **плоская** (*superficies plana*), которая простирается на плоскости, и ограничивается прямыми линѣями, или **кривая** (*curva*), которую ограничиваютъ кривыя линѣи.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 134. Происхожденіе поверхности можетъ изъяснено быть, ежели представимъ, что прямая, или кривая линѣя движется такъ, какъ другая линѣя проведена, и своего движенія слѣды вездѣ оставляетъ: то прямая линѣя, такимъ образомъ движущаяся, поверхность плоскую, а кривая кривую производитъ.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVII.

§. 135. Поверхности плоскія суть, или *троесторонныя* (trilaterae), или *четырехсторонныя* (quadrilaterae), или *многобочныя* (plurium laterum, sive polygonae). О *трехстороннихъ* поверхностяхъ, и ихъ различіи, въ предвѣдущей главѣ говорено было (§. 49. и слѣд.). *Четырехсторонныяжѣ* поверхности *вопервыхъ* суть *параллелограммы* (parallelogramma,) коныры имѣютъ по-два противоположенныя бока параллельныя, и таковыхъ параллелограммовъ суть четыре слѣдующіе вида:

1. *Квадратъ* (quadratum) есть поверхность Ф. 69. плоская, имѣющая четыре бока равныя, и четыре угла прямыя.

2. *Продолгопатоу четырехугольникъ* Ф. 70. (rectangulum) есть, конорой имѣетъ два только каждыя противоположенныя бока параллельныя равныя, и четыре угла прямыя.

3. *Ромбъ* (rhombus) есть фигура Ф. 71. *четырехбонная*, имѣющая четыре бока равныя, токмо углы косые.

4. *Ромбидъ* (rhomboides) есть фигура Ф. 72. *четырехбонная*, имѣющая противоположенныя бока параллельныя и равныя, токмо углы косые.

Сверхъ параллелограммовъ суть также фигуры *четырехбонныя*, *трапеціями* (trapezia) Ф. 73. называемыя, коноры ни угловъ, ни боковъ равныхъ не имѣютъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVIII.

§. 136. *Линіею діагональною* (linea diagonalis), также *полерешникомъ* (diameter) на Ф. 74. зывается прямая линія EG, или FH, конорая въ *четырехугольныхъ* фигурахъ отъ одного угла

угла къ другому противоположенному проводится.

ЗАДАЧА XXIII.

§. 137. Начертить четырехугольную фигуру.

РѢШЕНІЕ.

- Ф. 69. 1. Для *Квадрата*. На основаніи BC поставь перпендикулярную линію $AB = BC$, и шуже линію взявъ циркулемъ, здѣлай оною изъ C и A разрѣзы, которые бы взаимно пересѣкали себя въ D , и потѣмъ проводи линіи AD и DC .
- Ф. 70. 2. Для *продолженія того четырехугольника*. Соединишь линіи FG и EF подъ прямымъ угломъ, здѣлай равнымъ образомъ разрѣзы изъ E раствореніемъ FG , а изъ G раствореніемъ EF , и проведи линіи EH и IG .
- Ф. 71. 3. Для *ромба*. Соедини равныя линіи AB и BC подъ даннымъ косымъ угломъ, и одинакимъ раствореніемъ изъ A и C здѣлай разрѣзы въ D , и проводи линіи AD и DC .
4. Для *ромбоида*. Соедини линіи FN и EF подъ даннымъ косымъ угломъ, и изъ E раствореніемъ FN , а изъ N раствореніемъ FE , здѣлай разрѣзы въ G , и оную точку съ крайними E и N соедини прямыми линіями.
- Ф. 73. 5. *Трапецій* состоишь изъ двухъ треугольниковъ IKL и LKM , слѣдовательно, когда будутъ даны бока трапедіи и діагональная линія LK , два оные треугольника составлены быть могутъ (§. 54). Истинна всего сего явствуетъ изъ §. 135.

опре-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIX.

§. 138. *Многоугольниками* (polygona) называются тѣ фигуры, которыя больше угловъ и боковъ имѣютъ, нежели чепыре. Суть, или *правильные* (regularia), коныя имѣютъ все углы, и все бока равныя; или *неправильные* (irregularia), въ коныхъ и углы и бока величиною различествуютъ; наименование жъ имѣютъ отъ числа угловъ. На пр. *пятиугольникъ* (pentagonum) изъ пяти; *шестиугольникъ* (hexagonum) изъ шести; *семиугольникъ* (heptagonum) изъ семи; *восемьюугольникъ* (octagonum) изъ восьми; *девятиугольникъ* (enneagonum) изъ девяти; *десятиугольникъ* (decagonum) изъ десяти угловъ состоитъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXX.

§ 139. *Уголъ при центрѣ* (angulus cen. Ф. 74. tri) въ многоугольникѣ есть EDF, которой заключается между полуперешниками, изъ крайнихъ почекъ бока многоугольника, къ центру проведенными. *Уголъ многоугольника* (angulus polygoni) есть BAC, которой между самыми боками многоугольника, къ окружности проведенными, содержится.

ЗАДАЧА XXIV.

§ 140. Начертить *правильной шестиуголь-* Ф. 74. *никъ*, когда данъ бокъ его.

РѢШЕНІЕ.

Бокомъ шестиугольника, такъ какъ полуперешникъ, опиши кругъ, и на окружності его шесть разъ перенеси полуперешникъ, и точки раздѣленія окружности соедини прямыми линіями, такимъ обра-

образомъ составится правильной шести-
угольникъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже проведши полупоперешники изъ центра D къ боку многоугольника, будетъ $\triangle DEF$ равносторонной, и уголъ EDF есть 60 градусовъ §. 8.). Но 60 есть шестая часть окружности, или 360 градусовъ; слѣдовательно дуга противоположенная углу D есть шестая часть окружности, и самая хорда онаго составляетъ бокъ правильного шестиугольника. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 141. Такимъ образомъ зная, какъ начертить шестиугольникъ, будетъ извѣстно составленіе и двенадцатиугольника, который состоитъ изъ XII. боковъ, или другого всякаго правильного многоугольника, который имѣетъ безперерывнаго раздѣленія на двѣ части дугъ шестиугольника проходящій (§. 67.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 142. Кромѣ сего удобнѣйшаго черченія шестиугольника, и другихъ и некоторыхъ правильныхъ многоугольниковъ Геометрическое составленіе изобрѣли художники. Но понеже оное изъ показанныхъ до сихъ мѣстъ Геометрическихъ начальныхъ основаній доказано быть не можетъ; того ради надлежитъ теперь оставить оное. О правильномъ пятиугольникѣ упоминаетъ Эвклидъ въ Элемен. кн. IV. предл. 11. и слѣд. другое описаніе тогоже пятиугольника показывается Птоломеемъ слож. пелич. кн I. гл. 9. О пятинадцатіугольникѣ же изъясняетъ Эвклидъ кн IV. предл. 16; а всеобщаго способа для составленія всякихъ правильныхъ фигуръ, еще не найдено. Хотя Карлъ Геналдинъ о рішеніи и состав Мат. кн. 2. Ф. 75. стран. 367. и слѣд. и похваляетъ сіе правило: 1. поперешники круга раздѣли на столько частей, сколько боковъ будетъ имѣть многоугольная фигура.

Фигура. 2. попомъ на ономъ поперешиникъ АВ зѣ-
лай равноспоронной треугольникъ АВС (§. 55, и 3,
изъ верьху его С, презъ крайнюю точку D вто-
рой части поперешиника, (то есть, чтобѣ ВD было
равно двумъ частямъ изъ шѣхъ, на который раздѣ-
ленъ поперешиникъ) проводи прямую линію до самой
окружности въ Е, и думаетъ онъ, что такимъ
образомъ найдется дуга ЕВ, и подѣнею проведен-
ная хорда будетъ бокъ требусмаго мноугольника,
которой попомъ для раздѣленія всей окружности
принятъ бытъ можетъ. Однакожъ, какъ раздѣле-
ніе поперешиника Механическимъ образомъ дѣлать
должно, и практикѣ и доказательство показы-
ваютъ, что сей способъ ни подѣ какимъ видомъ
за Геометрической, а особливо, за всеобщей Меха-
нической принятъ бытъ не можетъ: то явствуетъ,
что напрасно оней похваляетъ Реналдинъ. См. слав.
Вагнера. Диссер. о экза. Матем Реналд. издан. въ
Гельмшадѣ. 1700. год. Впрочемъ, понеже черченіе
правильныхъ мноугольниковъ во многихъ случаяхъ
нужно бываетъ, два генеральные механическіе спо-
соба здѣсь предлагаются.

ЗАДАЧА XXV.

§. 143. Начертить Механически посякой прѣ-
пильной мноугольникъ, когда данъ полуло-
перешникъ круга, въ которомъ оной мно-
угольникъ нарисовать должно.

РѢШЕНІЕ.

1. По данному полупоперешнику начерчен-Ф. 70.
ную окружность круга раздѣли на чемы-
ре части, прямыми перпендикулярными
линіями въ центрѣ взаимно пересѣкаю-
щимися (§. 38.).
2. Четвертую часть круга раздѣли цирку-
лемъ на столько равныхъ частей, сколько
боковъ мноугольная фигура имѣть бу-
детъ.
- 3.

3. Изъ оныхъ частей взятыя четыре части составляютъ дугу, боку многоугольника такъ какъ хордѣ соотвѣтствующую, помощію которой вся окружность раздѣлена, и, проведши хорды, многоугольникъ описанъ быть можетъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда для четверти круга сколько частей опредѣляется, сколько боковъ имѣть будетъ многоугольникъ, и сѣи четверо взятыя составляютъ число всѣхъ подобныхъ частей, которыя въ цѣлой окружности содержатся. Но извѣстно изъ умноженія и дѣленія Арифметическаго, что раздѣливъ произведеніе на одно изъ множимыхъ между собою чиселъ, происшедшѣ изъ того другое множимое число (§. 66. и слѣд. Арие.); того ради раздѣливъ оное число на четыре, будетъ извѣстно число частей одной четверти круга, которое, какъ уже объявлено, равно числу боковъ многоугольника; слѣдовательно хорда такихъ четырехъ частей есть искомой бокъ многоугольника. На пр. для семиугольника, четверть круга DV имѣетъ 7. частей, а вся окружность 28, которыя раздѣливъ на 4, опять выходитъ 7, для числа боковъ фигуры, которую должно написать въ кругѣ.

ЗАДАЧА XXVI.

§. 144. Найти величину угла всякаго правильнаго многоугольника.

РѢШЕНІЕ.

1. Число градусовъ всей окружности 360 раздѣли на число боковъ.

2. Найденное такимъ образомъ частное число вычти изъ суммы двухъ прямыхъ угловъ, то есть, изъ 180 градусовъ, остатокъ покажетъ величину угла прѣвильнаго многоугольника.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Черезъ раздѣленіе 360 градусовъ на число боковъ, находящагося дуга ВС, и противоположенной ей уголъ при центрѣ А, которой вычти изъ 180 градусовъ, въ треугольникѣ АВС останутся два прочіе угла, что при основаніи $x + y$ (§. 79.). Но какъ $\triangle ABC = \triangle ACD$ (§. 127.): то будетъ $y = x$; слѣдовательно $x + y = y + x$ (§. 23. Ариф.), которые составляютъ многоугольника уголъ ВСD. Положимъ, что надлежитъ найсти уголъ прѣвильнаго пятиугольника: то раздѣливъ 360 на 5, произойдутъ 72 град. для угла при центрѣ, которые изъ 180 град. вычти, останутся 108 град. для угла пятиугольника. Такимъ же образомъ и слѣдующія величины угловъ при центрѣ и многоугольника сыскиваны.

многоугол.	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
угл. при центрѣ.	72	60	51 $\frac{1}{2}$	45	40	36	32 $\frac{1}{4}$	30
угл. многоуго.	108	120	128 $\frac{1}{2}$	135	140	144	147 $\frac{1}{4}$	150

ЗАДАЧА XXVII.

§. 145. По данному боку всякаго прѣвильнаго многоугольника, начертать оной механическимъ образомъ.

А

РѢШЕ-

РѢШЕНИЕ.

Ф. 77. При обѣихъ крайнихъ точкахъ даннаго бока BC вѣдѣай углы, которые бы равны были половинѣ найденнаго угла многоугольника (§. 41.), и чрезъ проведенныя линіи AB и AC , на основаніи BC означь равнобедренной треугольникъ (§. 64.), и изъ центра A , полупоперешникомъ AB , опиши кругъ, и на окружность его перенеси бокъ многоугольника BC . Сии правила явствуютъ изъ того, что обѣ угла при центрѣ и многоугольника выше сего сказано.

ПРИБАВЛЕНИЕ.

§. 146. Еслии будешь угодно нѣсколько разъ брать весь уголъ многоугольника, и приравливать къ нему данной бокъ: то такъ же дѣйствіе воспослѣдуетъ, токмо практика сія труднѣе, и чрезъ повѣщенье того же одного угла, удобно дѣлается погрѣшность.

ЗАДАЧА XXVIII.

§. 147. Написать пѣ кругъ начерченной уже правильной многоугольникъ.

РѢШЕНИЕ.

Два бока многоугольника раздѣли на двѣ части прямыми перпендикулярными линіями (§. 39.), и гдѣ они, будучи продолжены, соединятся, тамъ будетъ центръ круга, которой надлежитъ описать около того многоугольника (§. 70.).

ЗАДАЧА XXIX.

§. 148. Найти сумму угловъ правильной многоугольника.

РѢШЕНИЕ.

Число боковъ фигуры умножь на 180, изъ произведенія вычти 360, остатокъ будетъ сумма всѣхъ угловъ многоугольника.

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже треугольники, на которые правильная фигура, полуоперешниками изъ Ф. 77. центра проведенными къ крайнимъ точкамъ боковъ, раздѣляется, равны между собою (§. 127.), и каждой изъ нихъ содержишь въ себѣ два прямые угла $= 180$ град. (§. 79.); следовательно, вычтя углы при верьху ихъ, или при центрѣ А находящиеся, которые равняются 360 град. (§. 46.), остающиеся многоугольника углы В, С, D, Е, F.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 149. Таже сумма выйдетъ, ежели число градусовъ угла многоугольника буденъ умножено на число боковъ.

ТЕОРЕМА XIX.

§. 150. Треугольныя поперьхности Ф. 78. А В С и а в γ, пѣ которыхъ или 1) одинъ ^{79.} уголъ равенъ одному углу, и два бока равны двумъ бокамъ, или 2) два угла равны двумъ угламъ, и одинъ бокъ равенъ одному боку, или 3) псѣ три бока равные находятся, точно равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже выше сего (§. 59. 60. 61. 127.) о такихъ треугольникахъ объявлено, что они сходшествующъ между собою, ежели будутъ сравнены; чего ради и поперьхности ихъ сходствовать, и за равныя почтены быть должны. Ч. н. д.

ТЕОРЕМА XX.

§. 151. Всякой параллелограммъ
Ф. 70. диагональною линіею EG раздѣляется на два равные треугольника.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Бокъ $ЕН = FG$, и $ЕF = НG$, (§. 135.), и линія EG есть обоимъ треугольникамъ общая; слѣдовательно $\triangle ЕНG = \triangle EFG$ (§. 150. нум. 3.) Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§ 152. Чего ради всякой плоской треугольникъ можетъ принятъ быть за половину такого параллелограмма, коимъ съ тѣмъ треугольникомъ равное основаніе и высоту имѣетъ.

ТЕОРЕМА XXI.

§. 153. Треугольники ABC и BCD ,
Ф. 80. которые имѣютъ, или одинакое основаніе, или равныя, и одну перпендикулярную высоту; или, что все равно, которые состоятъ между одними параллельными линіями, равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведши линію AED съ основаніемъ BC параллельную, и продолживъ основаніе BC до F , и изъ C и F восставивъ перпендикулярныя линіи, составивши три параллелограмма: самой большой AF , средней AC , и самой меньшей EF , изъ которыхъ два послѣдніе содержиши въ первомъ. Но $\triangle ABC$ есть половина параллелограмма AC , и $\triangle DCF$ половина параллелограмма EF , на-
конецъ

конедь $\triangle BCS + D \triangle DCF$ есть половина сама-
го большаго параллелограмма AF (§. 151.). Но
половины частей составляютъ половину цѣ-
лаго (§. 29. Ариѳ.); того ради $\triangle BDC + \triangle$
 $CDF = \triangle ABC + \triangle CDF$, и отъ равныхъ
суммъ отнявъ по равной долѣ, по еснѣ,
по $\triangle CDF$ останутся равныя, $\triangle BDC = \triangle$
 ABC (§. 26. Ариѳ.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 154. Чего ради два параллелограмма A и B . имѣющіе ф. 81.
одно, или равное основаніе, и одну высоту, рав-
ны между собою; понеже они суть вдвое больше пре-
угольниковъ (§. 152. и 31. Ариѳ.).

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 155. Треугольникъ же, съ параллелограммомъ имѣющей ф. 81.
равное основаніе и высоту, еснѣ половина того парал-
лелограмма (§. 152.).

ПРИБАВЛЕНИЕ 3.

§. 156. И понеже фигура косая преугольная и четыре-
угольная B , гораздо большее окруженіе имѣетъ, нежели
фигура, въ прямомъ положеніи поставленная A , и
имѣющая съ нею равное основаніе и высоту: то слѣ-
дуетъ, что о площади такихъ фигуръ и ея пропор-
ціи, изъ сравненія ихъ окружностей, разсуждать не мож-
но. Чего ради и о широтѣ городовъ, изъ ихъ окру-
женія, ничего опредѣлишь не можно.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXI.

§. 157. *Измѣреніе поверхностей* (Dimensio superficiesierum) дѣлается, когда ква-
дратная поверхность опредѣленной величины
сравнивается съ большою площадью, и опре-
дѣляется, сколько сія оную въ себѣ содер-
житъ (§. 3. 4. предувѣд.). Такая практика
tetragonis, или *квадратура фигуръ* (Quadratura figurarum) называется.

ЗАДАЧА XXX.

§. 158. Вымѣрить площадь продолгопатаго ф. 81.
четыреугольника.



РѢШЕНИЕ.

1. Смѣрѣй основаніе BD , принявъ въ помощь пѣкшорую Геометрическую мѣру длины, о которой выше сего (§. 11.) сказано, и будетъ извѣстно, сколько малыхъ квадратовъ, конерыхъ бокъ равенъ принятой мѣрѣ, могутъ состоятъ на основаніи.
2. Помощь смѣрѣй высотѣ AB , и найденное изъ оной высотѣ подобныхъ мѣръ число покажетъ, сколько разъ разѣ квадратовъ, на основаніи поставленныхъ, для высоты повтораенъ быти можемъ. Чего ради сѣ число мѣръ высоты умножь на подобное число основанія, произведеніе покажетъ число квадратовъ, сколько вся площадь плодологовашаго четырехугольника имѣетъ. На пр. $AB = 5^c$, $BD = 8^c$: то будетъ площадь $ABCD = 40$ квадр. саж.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

Ф. 83. §. 159. Площадь квадрата находящагося, умноживъ данное число бока само на себя, понеже фигура его есть прямоугольная и равнобочная (§. 235.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 160. Понеже мѣра длины, каждая на десять частей раздѣленная отъ Геометровъ принимается (§. 11.); того ради квадратная сажень 100 футовъ квадратныхъ, квадратной футъ 100 дюймовъ квадратныхъ, а квадратной дюймъ 100 квадратныхъ линій въ себѣ содержишь.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 161. Чего ради Геометрическія мѣры поверхностей имѣютъ соотенное содержаніе, понеже пребудетъ сто малыхъ квадратовъ, чтобъ изъ нихъ одинъ цѣлой, или квадратъ ближайше большаго сорпа могъ составленъ быти.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 162. Если сумма квадратныхъ линій, или дюймовъ, или квадратныхъ футовъ будетъ дана больше, нежели сѣно: то въ такомъ случаѣ раздѣляясь она на сорты,

сорты, которые въ себѣ содержишь, отдѣляя по-два знака отъ правой руки къ лѣвой для каждаго сорта. На пр. дано 126872 квадратныя линіи, здѣлавъ отдѣленіе, произойдуть 12', 68'', 72'''.

ПРИБАВЛЕНІЕ 5.

§. 163. И обратно цѣлое удобно раздѣляется на свои сорта, по естѣ мѣсто каждаго сорта занимають два нуля. На пр. двѣ квадратныя сажени равняются 200 квадратнымъ футамъ, также 2⁰, 00', 00' двадцати тысячамъ квадратныхъ дюймовъ и проч.

ПРИБАВЛЕНІЕ 6.

§. 164. Такимъ образомъ зная сѣ, удобно можно складывать и вычитать числа, которые означаютъ разные сорта мѣры плоскостей, только при томъ всегда должно наблюдать соенное содержаніе. На пр.

8', 72', 42''	16', 05', 94''
<u>7, 33, 52</u>	<u>7, 33, 52</u>
сумма 16, 05, 94	8, 72, 42 разность.

ПРИБАВЛЕНІЕ 7.

§. 165. Понеже мѣры длины, будучи взаимно умножены сами на себя, производятъ квадраты, и обратно ежели сѣи будуще раздѣлены на оныя, происходятъ изъ того опять мѣры длины (§. 67. Ариѳ.); того ради, когда надлежитъ умножать между собою десятичные числа, должно сперва привести оныя въ подобные сорта, и потомъ умножать обыкновеннымъ образомъ, и произшедшее изъ того произведеніе раздѣлить на сорта, опредѣляя по-два числа для каждаго сорта отъ правой руки къ лѣвой. Но ежели плоскостныя числа должно будетъ дѣлить на мѣры длины: то и въ такомъ случаѣ надлежитъ также здѣлать сперва произведеніе въ подобные сорта, а потомъ частное число раздѣливъ на свои классы отъ правой руки къ лѣвой, опредѣляя по одному знаку для каждаго знака. На пр. бо въ 2⁰, 4' надлежитъ умножить на 3⁰, 5', 6'': то 240 умножь на 356, будетъ произведеніе 8⁰, 54', 40'', и обратно, сѣе число на 240 раздѣливъ, будетъ частное число 3⁰, 5', 6''.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 166. Желаящій упражняться въ Геодезической практикѣ, сверхъ того долженъ знать, сколько квадратныхъ сажень считается для каждой десятины, по обыкновенію того города, въ которомъ онъ обываетъ. Въ Саксоніи находятся въ

употребленіи двухъ родоѣ десятины, *меньшая*, которая по Нѣмецки *Morgen Acker* называется, и состоитъ изъ 300 квадратныхъ сажень, а большая, которая *Hufen* называется (средняго жѣ вѣка писатели оную *Mausen* называютъ, о чемъ пространно упоминаетъ Циглеръ о имѣн. Церк. гл. 7 §. 34. и слѣд.), содержитъ въ себѣ тринадцать меньшихъ десятины. См. В ушел. Геом. стран. 149. Лейсерово прав. Георгич. кн. 1. гл. 2. Но по обыкновенію разныхъ городовъ различныя величины, какъ меньшихъ такъ и большихъ десятины, давно уже опредѣлены. См. Гофмани. пруденц. эконо. книг. 2. гл. 3. §. 57.

ЗАДАЧА XXXI.

§. 167. Вымѣрять площадь косого параллелограмма, зная основаніе его и высоту.

РѢШЕНІЕ.

Умножь основаніе на перпендикулярную высоту, произведеніе будетъ площадь параллелограмма. Ибо прямая площадь равна косой, когда сія съ оною имѣетъ равное основаніе и перпендикулярную высоту (§. 154.).

ЗАДАЧА XXXII.

§. 168. Вымѣрять площадь всякаго треугольника, когда дано основаніе его и высота.

РѢШЕНІЕ.

Ф. 84. Понеже треугольникъ есть половина параллелограмма, имѣющаго съ нимъ равное основаніе и высоту (§. 155.); того ради основаніе АВ должно умножить на высоту СD, и изъ произведенія взять половину. На пр. $AB = 24$, $CD = 8$: то будетъ $24 \cdot 8 = 192$, и половина того $\triangle ADB = 96$.

дру-

ДРУГИМЪ ОБРАЗОМЪ.

Умножь основаніе на половину высоты, произойдетъ изъ того половина предъиду-щаго произведенія, или площадь треуголь-ника. На пр. $24 \cdot 4 = 96$.

ДРУГИМЪ ОБРАЗОМЪ.

Умножь высоту на половину основанія, и произведеніе изъ того равнымъ образомъ будетъ означать площадь треугольника. На пр. $12 \cdot 8 = 96$.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 169. Но когда поверхность треугольника есть изъ всѣхъ первая и самая простая, и почитается за основаніе прочихъ многоугольныхъ фигуръ: то видно, что знаяши квадратуру ея, можно вымѣрять всякія площади, ка-кой бы фигуры оныя ни были.

ЗАДАЧА XXXIII.

§. 170. Вымѣрять площадь прѣвильнаго многоугольника.

РѢШЕНІЕ.

Понеже прѣвильной многоугольникъ состоитъ Ф. 77. изъ столько равныхъ треугольниковъ, сколько есть боковъ: то одного такого треугольника, когда извѣстно основаніе его и высоты, сыскавъ площадь (§. 168.), и умноживъ оную на число боковъ, произведеніе покажетъ всю площадь много-угольника.

ДРУГИМЪ ОБРАЗОМЪ.

Сумму боковъ прѣвильнаго многоуголь-ника умножь на половину перпендикула А С, которой изъ центра Фигуры на бокъ много-угольника проведенъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 171. Принимается въ семѣ рѣшеніи извѣстная, кромѣ бока фигуры, одного треугольника высота, а какимъ образомъ сама она, когда будетъ данъ бокъ и углы треугольника, Геометрическимъ образомъ можетъ найдена быть, о томъ будетъ показано въ Тригонометріи. Также должно наблюдать и въ разсужденіи рѣшенія слѣдующихъ нѣкоторыхъ задачъ. Когда жѣ при фигурѣ уже начерченной будетъ находиться масштабъ Геометрической, то по оному можно узнавать и величину лѣтъ (§. 104.).

ЗАДАЧА XXXIV.

§. 172. Вымѣрять площадь псякаго трапеція

РѢШЕНІЕ.

Ф. 85. 1. Раздѣли ланной трапеціи діагональною линіею $МО$ на два треугольника, и на діагональную, такъ какъ на общее основаніе, опусти перпендикулы, половину суммы ихъ умножь на все основаніе, или всю сумму перпендикуловъ умножь на половину основанія, произведеніе покажетъ количество площади (§. 168.).

Ф. 86. 2. Ежели два противоположенные бока трапеціи будутъ параллельны: то разстояніе ихъ ED будетъ общая высота двухъ треугольниковъ, произшедшихъ отъ діагональной линіи. И такъ оная высота, будучи умножена на половину суммы параллельныхъ боковъ AB и CD , покажетъ площадь (§. 168.).

ЗАДАЧА XXXV.

Ф. 87. §. 173. Вымѣрять площадь псякой непрямоугольной многоугольной фигуры.

РѢШЕ-

РѢШЕНИЕ.

1. Раздѣли всю площадь діагональными линіями на треугольники А, В, С.
2. Помощью вымѣрай перпендикулы и основанія шѣхъ треугольниковъ, и найди веѣхъ ихъ поверхности (§. 168.).
3. Сложи веѣхъ треугольниковъ сложи въ одну сумму, которая покажетъ площадь всей многоугольной фигуры.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 174. Дѣлать измѣреніе полей весьма способно можно тогда, какъ фигуры будутъ представлены въ пакихъ изображеніяхъ, въ какихъ весь видъ площади ясно предъ глазами полагается. И такъ о исправномъ сочиненіи оныхъ слѣдуетъ теперь говорить.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXII.

§. 175. *Планомъ* (Ichnographia) называется фигура, которая изображеніе всякой плоской поверхности въ маломъ видѣ, по мѣстѣ Геометрическаго масштаба начерченное, представляетъ.

ЗАДАЧА XXXVI.

§. 176. Начертить планъ такой площади, Ф. 33. чрезъ которую бездѣльно ходить можно.

РѢШЕНИЕ ПЕРВОЕ.

1. Верхи угловъ площади означь чрезъ вѣшкіе перпендикулярные колья такъ, чѣмъ оныя издали видны были
2. Около середины оной площади въ О поставь столпикъ горизонтально, и къ шпилькѣ, вѣшкнутой въ О, приложи линію съ дѣлилами, и къ веѣмъ верхамъ угловъ проведи линіи.

3. Вымѣряя длины линій АО, ВО, и проч. и по масштабу взятыя, перенеси на проведенныя на столѣикѣ соосиѣтельствующія имъ линіи.
4. Наконецъ крайнія точки сихъ линій соедини прямыми линіями, и такимъ образомъ заключится чертежъ плаинной, и будетъ представлять видъ большей фигуры.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Извѣстно изъ предъидущихъ (§. 105.), что малые треугольники, около точки О находящіеся, большимъ треугольникамъ подобны, понеже они имѣютъ вездѣ углы равные, и бока тѣхъ угламъ противоположенные пропорціональные; слѣдовательно бока ab , bc и проч. взятыя по масштабу, по которому и прочіе измѣряемы были, показываютъ величину боковъ АВ, ВС и проч.

РѢШЕНИЕ ВТОРОЕ.

Ежели будетъ угодно чрезъ Аспролябію, въ точкѣ о, поспавленную, вымѣрять углы, около той точки находящіеся, и величины боковъ АО, ВО и проч. опредѣлениыя саженью, взять по Геометрическому масштабу и приравнять оныя къ найденнымъ угламъ: то подобная фигура бысть можетъ состоять изъ подобныхъ треугольниковъ (§. 62. 105.). Сей способъ для начерченія такой фигуры, которая имѣетъ пространнѣйшую площадь, особливо полезенъ, въ меньшихъ же фигурахъ справедлиже употребляется столѣикъ.

РѢШЕ-

РѢШЕНИЕ ТРЕТІЕ.

Когда площадь фигуры не очень простран- Ф. 87.
ная, и не будешь инструментомъ: то
въ шакомъ случаѣ надлежитъ вымѣрять
данной фигуры діагональныя линіи $o n$ и
 $g n$, вмѣстѣ съ находящимися на нихъ
боками, и по маштабу изаешь равныя имъ
линіи, и изъ найденныхъ боковъ соеда-
вишь всѣ тѣ треугольники A, B, C , изъ
кошорыхъ состоитъ фигура (§. 54.).

РѢШЕНИЕ ЧЕТВЕРТОЕ.

Или на данной площади, вошкнувъ нѣсколь-
ко кольевъ, означь оными діагональную
линію $odfn$, и діопшры астролябіи при-
ведши къ прямымъ угламъ, найди шочки
 d, f, g , на кошорыя упадають перпен-
дикулярныя линіи dr, ef, gh , и какъ
сѣи, такъ и діагональной линіи часешицы
 od, df, fg, gn вымѣрай, такимъ образомъ,
помощію маштаба, начершиса подобная
фигура.

ЗАДАЧА XXXVII.

§. 177. Начертить планъ такой площади,
чрезъ которую пездъ ходить не можно.

Случай первой: Когда крайнія точки данной фи- Ф. 89.
гуры могутъ пидны бытъ изъ двухъ станцій.

РѢШЕНИЕ ПЕРВОЕ.

1. Поставь еполикъ на первой станціи въ
 F , и вошкнувъ на ономъ шпильку въ o ,
проведи оштуда линіи, какъ къ другой
станціи G , такъ и къ верхамъ всѣхъ
угловъ фигуры.

2. Пошомъ вымѣрай разстояніе станцій GF , и по машинабу перенеси оное на линію og , а столикъ въ другую станцію G .
3. Въ сей станціи опять проводи къ F линію og такъ, чтобъ она была параллельна съ GF , и приложивъ линійку къ g , проводи также прямыя линіи ко всеѣмъ крайнимъ точкамъ фигуры, и гдѣ онѣ пересѣкаютъ перья имъ соотвѣствующія линіи, тамъ будутъ крайнія точки шребусмага плана, копорыя наконецъ линіями соединишь должно.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Сихъ правилъ уже показано (§. 109.).

рѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Ежели цѣлымъ кругомъ, или полукружіемъ, все углы линій, копорыя въ o и g соединяются, будутъ опредѣлены, и разстояніе станцій, вымѣрянное саженью, будетъ взято по машинабу: но можетъ составлена быть фигура подобная оной, копорую находили чрезъ столикъ.

Случай второй: *Когда крайнія точки данной фигуры не могутъ видны быть изъ двухъ станцій.*

рѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Ф. 90. 1. Въ какомъ нибудь углѣ, на пр. въ A поставь столикъ, и на ономъ взявъ точку, и приложивъ къ ней линійку съ діоптрами, къ ближайшимъ угламъ верхамъ B и E проводи линіи, пошомъ самыя же линіи AB и AE вымѣрай, и взявъ величины

линии ихъ по масштабу, перенеси на
линии, проведенныя на столікѣ.

2. По учиненіи сего, перенеси столікѣ въ
В, и линію прежде въ первой спандіи къ
тойже точкѣ проведенную опять про-
веди изъ В въ А, и положивъ линію
на крайнюю сей линіи точку, проводи
другую къ С, и вымѣривъ линію ВС,
опредѣли по масштабу равную ей на дру-
гой соотвѣствующей линіи.

3. Равнымъ образомъ перенеси столікѣ въ
С, D и Е, и такое дѣйствіе повтори до
тѣхъ поръ, пока послѣдняя линія не
соединится съ оною, которая въ первой
спандіи проведена была, и не заключишь
окруженіе фигуры.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

По сему способу составляетъ въ маломъ
видѣ фигура точно подобная большей, по-
неже и углы равны, и бока пропорціональ-
ные въ ней находящаяся (§. 87.). Возьмемъ
вмѣсто примѣра малой треугольникъ abc ;
онъ будетъ равенъ большому ABC , понеже
углы при В и b равны, и бока ab и bc рав-
ны бокамъ АВ и ВС, потому что оны,
наблюдая подобную пропорцію, опредѣлены
по масштабу (§. 59.). Тоже можно дока-
зать и о другихъ треугольникахъ; чего ради
не должно сомнѣваться и о подобіи цѣлой
фигуры, когда она вездѣ состоитъ изъ по-
добныхъ частей (§. 29. Ариѳ.).

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Помощію цѣлаго круга, или полукружія,
опредѣли все углы А, В, С, и проч. и
вымѣрай

вымѣрай бока: по помощію полукружія и маштаба, можетъ начертанъ бытъ дома малой планъ большей площади.

Компасъ, или коробочка, въ которой магнитная стрѣлка въ срединѣ круга на градусы раздѣленнаго находится, и имѣетъ дюппры (§. 32. нум. 9.), для рѣшенія сей задачи также употребленъ бытъ можетъ, понеже помощію его, склоненія боковъ фигуры отъ меридіональной линіи, и припомъ углы, между нѣми боками содержащіяся, скорѣе находящіяся; но употребленію его справедливе самымъ дѣломъ, нежели чрезъ фигуры научивъея можно. См. бюн. фабрик. матем. книг. 4. гл. 7.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 178. Первой способъ, по которому крайнія точки фигуры опредѣляются изъ двухъ станцій, служилъ также для топографій и хорографій плановъ, или для сочиненія чертежей земныхъ трактовъ. И есѣли которыя мѣста, за препятствіями въ срединѣ ихъ находящимися, не могутъ усмотрѣны бытъ изъ двухъ станцій: то точки ихъ дополняются изъ другихъ станцій, и равнымъ образомъ присовокупляются прочія ближайшія мѣста. И такъ, упражняющіеся въ такой практикѣ, надлежитъ прилѣжитѣ измѣрять одно только разстояніе станцій.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 179. Въ сихъ правилахъ, о которыхъ чрезъ предѣдущія задачи объявлено было, содержишя Геометрическое описаніе полей и провинцій. Между нѣмъ всякъ самъ разумѣетъ то, что мѣста, сверхъ прочихъ примѣчанія достойныя, надлежитъ различать прѣстойными знаками, и внизу фигуръ полагать маштабъ, по которому величины линій взяты были. Сверхъ того положеніе странъ свѣта, помощію иголки, магнитомъ непершой, которой
склоненіе

склоненіе уже извѣстно, найденное должно означать. Но какъ о измѣреніи плоскостей, между прямыми линіями заключающихся, довольно уже говорено: то остается только изъяснить раздѣленіе оныхъ.

ЗАДАЧА XXXVIII.

§. 180. Раздѣлить параллелограммъ на двѣ равныя части изъ какой ни будь точки, на пр. Ф. 91. изъ Е.

РѢШЕНІЕ.

Проведи діагональныя линіи АD и СВ, и чрезъ точку о, въ которой онѣ пересѣкаются, проводи прямую линію ЕF, которая раздѣлитъ параллелограммъ на двѣ части $AFCE = FBED$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Удобно явствуетъ, что съ обѣихъ сторонъ линіи ЕF находятся треугольники точно равные, $1 = n, 2 = r, 3 = m$, изъ которыхъ, такъ какъ изъ частей, обѣ половины состояются. Ибо по, что $1 = n$, явствуетъ опшуда, понеже углы вершительные при о равны (§. 48.), и прочіе въ А, В, С, D находящіяся, такъ какъ алтерни, также равны между собою (§. 84.), и $AC = BD$ (§. 135.); того ради $1 = n$ (§. 60.). Равнымъ образомъ доказывается равенство прочихъ угловъ $2 = r, 3 = m$. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 181. Явствуетъ при томъ и сіе, что точка о, въ которой діагональныя линіи пересѣкаются, состоитъ въ срединѣ параллелограмма, и почитается за центръ фигуры, въ которомъ изъ всякой точки проведенная поперечная линія ЕF раздѣляется на двѣ части.

ЗАДАЧА XXXIX.

§. 182. Дана площадь и основаніе треугольника, найти перпендикулярную его высоту.

РѢШЕНІЕ.

Раздѣли данную площадь треугольника на половину основанія, частное число покажетъ искомую высоту (§. 168.).

ЗАДАЧА XL.

§. 183. Раздѣлить трапеціи на двѣ равныя части.

РѢШЕНІЕ.

- Фиг. 1. Найди сперва площадь такой фигуры (§. 172.), и нашедши оную, раздѣли на двѣ равныя части.
2. Половинную часть сравни съ однимъ большимъ треугольникомъ ABC , которой опѣ разрѣза діагональной линіи происходитъ въ трапеціи, и его разность опѣ сего трапеціи найди чрезъ вычитаніе.
 3. Найденную разность возьми за площадь треугольника, котораго основаніе есть CB . И такъ, зная площадь и основаніе треугольника, найди высоту его по (§. 182.), и по треугольнику воставь оную на основаніи, подѣль котораго ни будь угла B , или C , и проводи линію $Ви$, такимъ образомъ треугольникъ $ВиС$ будетъ показывать разность между треугольникомъ ABC и половиною трапеціи; слѣдовательно, вычешши сѣю разность изъ большаго треугольника ABC , и придавъ оную къ меньшому треугольнику BCD , здѣлается то, что линіею $Ви$ вся фигура раздѣлится на двѣ равныя части.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 184. Такимже образомъ можно раздѣлить трапецїи на многія равныя части.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 185. И въ многоугольныхъ не правильныхъ фигурахъ части, какъ равныя, такъ и неравныя, въ силу данной пропорцїи, могутъ опредѣлены быть, когда количество площади, въ числахъ изображенное, будетъ извѣстно. Понеже треугольники, означающіе разность, до тѣхъ поръ складываются, или вычитаются изъ трапецїи, или треугольниковъ, на которые фигура діагональными линїями раздѣлена, пока всякая частица не сравнится съ данною величиною.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 186. Но для раздѣленїя, увеличиванїя и уменьшенїя плоскостей, Геометрїя подаетъ многія другія истинны изъ которыхъ главнѣйшія шеперь предложены будутъ.

ТЕОРЕМА XXII.

§. 187. Треугольники и параллелограммы имѣютъ сложное содержаніе основаній и высотъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже площадь треугольника производится, когда основаніе его будетъ умножено на половину высоты (§. 168.), и площадь параллелограмма произойдетъ изъ умноженїя основанїя его на высоту (§. 158. 167.). Но какъ содержаніе сложное называется, когда произведеніе предъидущихъ и послѣдующихъ принимается, и съ содержанїемъ предъидущаго къ послѣдующему сравнивается (§. 86. Ариѳ.); Того ради, ежели числа основаній и высотъ будутъ взяты за пропорціональные члены, площади пре-

угольниковъ и параллелограммовъ имѣютъ сложное содержаніе оснований и высотъ.
Ч. II. Д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 188. Слѣдовательно, ежели такіа фигуры имѣютъ равную высоту, площади ихъ содержатся между собою такъ, какъ основанія; а ежели основанія ихъ равны; то они содержатся между собою, какъ высоты. Понеже содержаніе не перемѣняется, когда въ ономъ оба члена будутъ умножены на одно число (§. 119. Ариф.).

ЗАДАЧА ХІІ.

§. 189. Раздѣлитъ треугольники и параллелограммы на нѣсколько равныхъ частей.

РѢШЕНІЕ.

Ф. 93. Раздѣли основаніе на столько равныхъ частей, сколько будетъ имѣть площадь треугольника, или параллелограмма, и въ параллелограммахъ съ боками параллельными, а въ треугольникахъ, соединяющіеся въ верху линіи, проводи, такимъ образомъ, въ разсужденіи обоихъ случаевъ, найдущіяся пребуемыя части (§. 188.).

ТЕОРЕМА ХХІІІ.

§. 190. Въ подобныхъ треугольникахъ и параллелограммахъ высоты ихъ пропорціональны сходственнымъ бокамъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ф. 95. Опуститъ перпендикулы ae и AE , понеже
26. $\triangle abc \sim \triangle ABC$: то будетъ уголъ $b = B$ (§. 93.), и $c = E$, поколику суть оба прямые; слѣдовательно уголъ $a = A$ (§. 85.), и въ равноугольныхъ треугольникахъ имѣетъ
мѣсто

иѣнно слѣдующая пропорція, $ab:ac=AB:AE$, или преѣ членѣ, $ab:AB=ac:AE$ (§. 112. Ариѣ.), и для тойже причины, $ac:AC=ae:AE=bc:BC$. Въ подобныхъ же параллелограммахъ ac и AC , которые состояются изъ двухъ подобныхъ треугольниковъ (§. 152.), тоже всеконечно должно служишь (§. 113. нум. 2. Ариѣ.). Ч. и. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 191. Изъ сей и предъидущей теоремы явству иѣнно подобные треугольники и параллелограммы, имѣющіе удвоенное содержаніе сходственныхъ боковъ. Ибо высь, то есть, содержаніе между собою, какъ квадраты сходственныхъ боковъ (§. 86. 152. Ариѣ. и §. 159. Геом.). Пусть будетъ высота $ae=2$, основаніе $bc=3$, также $AE:BC=3:12=4:9$ (§. 84. 120. Ариѣ.): но, когда площади такихъ фигуръ имѣютъ сложное содержаніе основаній и высотъ (§. 187.), и сложное содержаніе дѣлается изъ умноженія предъидущихъ и послѣдующихъ пропорціональныхъ чиселъ (§. 86. Ариѣ.), будетъ (понеже $2:3=2:3$) содержаніе сложное удвоенное $4:9$, какое имѣютъ двѣ площади $6:72$, и квадраты сходственныхъ боковъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 192. Также должно разумѣть и о многоугольныхъ подобныхъ фигурахъ, которыя состояются изъ подобныхъ треугольниковъ (§. 113. нум. 3. Ариѣ.).

ТЕОРЕМА XXIV.

§. 193. Во всякомъ прямоугольномъ треугольникѣ квадратъ Гипотенузы равенъ суммѣ квадратамъ прочихъ боковъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

На бокахъ такого треугольника вѣдѣй р. 97. квадраты I. II. III. (§. 137.), и изъ праваго угла треугольника ABC къ Гипотенузѣ проведи перпендикулярную линію AL , кото-

раи квадрата Гипотенузы раздѣлитъ на два
 продолговатые четырёхугольники ВІ и LK,
 и будетъ доказано, что продолговатой че-
 тырёхугольникъ ВІ = квадрату DB, а продол-
 говатой четырёхугольникъ LK = квадрату FC.
 Ибо проведши линіи ЕС, АН, ВG, АК, за-
 дѣляется $\triangle EBC = \triangle ABH$, понеже они имѣ-
 ютъ два бока равные, то есть АВ = EB, и
 ВС = BH, и уголъ EBC = ABH, для того
 что оба изъ иррациональнаго угла квадрата, и средня-
 го общаго ABC соеинавляются (§. 28. Ариѳ. ;
 следовательно и дѣльные такіе треугольники
 равны между собою (§. 59.). Равнымъ обра-
 зомъ доказывається, что $\triangle BCG = \triangle ACK$.
 Но понеже EBC есть половина меньшаго
 квадрата DB (§. 155.), и $\triangle ABH$ есть также
 половина продолговатаго четырёхугольника ВІ
 (§. 155. ; того ради $\square DB =$ продолговатому
 четырёхугольнику ВІ (§. 31. Ариѳ.). Также
 $\triangle BCG = \triangle FC$, и $\triangle ACK = \triangle LK$ (§. 155.);
 следовательно $\square FC =$ продолговатому че-
 тырёхугольнику LK, и квадраты I + II = \square
 III Ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§ 194. Сія теорема найденная Пифагоромъ,
 Пифагоровою, и для великой своей пользы, кото-
 рую она въ наукѣ о величинахъ подаетъ, Маги-
 стромъ Математики (Magister Mathematicos), и тео-
 ремою достойною ея полонъ (hecatombe) назы-
 вается. Випрувій IX. 2 пишетъ, что Пифагоръ
 нашелъ тогда сію истинну, когда уразумѣлъ, что
 прямоугольной треугольникъ соеинавляется изъ того,
 когда три бока имѣютъ содержаніе слѣдующихъ
 чиселъ 3. 4. 5. потому что двухъ первыхъ боковъ
 квадраты $9 + 16$ равняются третьяго бока квадра-
 ту

пу 25. Почему, изъ соединенія прехъ подобныхъ линіекъ, наугольникъ весьма исправно и удобно дѣлается. См. Прокл. Коммен. къ Евкл. кн. IV.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 195. Ежели квадраты меньшихъ боковъ въ прямоугольномъ треугольникѣ опредѣляются числами (§. 159.), и изъ суммы ихъ будешь извлеченъ квадратной радикасъ: то произойдетъ изъ того бокъ гипотенузы (§. 154. Арио.). Но понеже разность между квадратомъ гипотенузы и квадратомъ одного бѣка показываетъ квадратъ другого бѣка: то извлеки изъ него радикасъ, будешь извѣстенъ претей бокъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§ 196. Надлежитъ здѣсь включить примѣры не соизмѣримыхъ количествъ, которые въ линіяхъ, а не въ числахъ предсавлены бытъ могутъ (§ 14. 155. Арио.). То есть діагональная линія квадрата В G есть не соизмѣрима боку квадрата. Понеже $\square В L + \square L G = \square В G$ (§. 193.), и когда каждой Ф. 99. бокъ и квадратъ его, будеть единица: то здѣлается $\square В G = 2$, изъ котораго числа не можеть извлеченъ бытъ квадратной радикасъ (§. 154. Арио.), и потому діагональная линія В G не имѣетъ содержанія къ боку квадрата, какъ число къ числу, или есть не соизмѣрима бѣку, и какъ діагональной линіи, такъ и того бѣка общей мѣры не имѣется.

Также въ тойже фигурѣ, ежели линіи F G и G K, между которыми средняя пропорціональная есть L G (§. 120.), будешь имѣть содержаніе такихъ чиселъ, между которыми среднего пропорціональнаго числа не имѣется, на пр. 3 : 2 : то будеть продолговатой чотыреугольникъ F G H I, или произведеніе изъ боковъ 6 (§. 158.) равно квадрату средней пропорціональной линіи L G. Но понеже изъ произведенія, то есть, изъ числа шести не можно извлечь квадратнаго радикаса: то и линія L G есть не соизмѣрима линіямъ F G, и G K. Пространіе сей доводъ извѣстятъ Найдѣ. основ. Геом. кн. VII. Лами. въ основ. о нашемъ кн. 6. Впрочемъ

примѣромъ удивительной сей не соизмѣримои иѣ-
корыхъ линій, Геометры доказываютъ раздѣле-
ніе величины въ безконечность. См Барров лекц.
1. матем. стран. 18. Доводы на томъ концѣ отъ
Асимптотъ (ab asymptotis) выведенные, разсуж-
деніе Конхоиды (conchoidis), и Гилербола (hyper-
bolis) покажетъ.

ЗАДАЧА XLII.

§. 197. Здѣлать Геометрическимъ образомъ
такой квадратъ, который бы равенъ былъ двумъ
даннымъ квадратамъ.

РѢШЕНІЕ.

Соедини бока данныхъ двухъ квадратовъ
подъ прямыми углами, и здѣлай преу-
гольникъ прямоугольной, на гипотену-
зѣ его построенной квадратъ будетъ
равенъ двумъ квадратамъ прочихъ боковъ
(§. 193.).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 198. Равнымъ образомъ можно здѣлать быть одинъ
квадратъ равной многимъ квадратамъ.

ЗАДАЧА XLIII.

§. 199. Здѣлать продолговатой четыреу-
гольникъ равной треугольнику,

РѢШЕНІЕ.

Ф. 98. Взявши половину основанія треугольника, и
перпендикулярную его высоту, здѣлай про-
долговатой четыреугольникъ $E D$ (§. 157.),
которой будетъ равенъ площади $\triangle A B C$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже продолговатой четыреуголь-
никъ, если бы съ треугольникомъ имѣлъ
одинакое основаніе и высоту, былъ бы
вдвое больше треугольника (§. 155.); слѣ-
довательно половина его, то есть, про-
долго-

долговатой четырёхугольникъ $ED = \triangle ABC$
(§. 188.). Ч. н. д.

ЗАДАЧА XLIV.

§. 200. Здѣлать квадратъ равной треу- Ф. 99.
гольнику.

РѢШЕНИЕ.

Преврати $\triangle ABC$ въ продолговатой четырёх-
угольникъ ED (§. 199.), попомъ между дву-
мя боками сего продолговатого четырёху-
гольника найди среднюю пропорціональную
линію LG (§. 119.): то будетъ квадратъ
ея $MG = \triangle ABC$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже какъ въ числахъ, такъ и въ ли-
ніяхъ, когда будутъ даны три количества
непрерывно пропорціональныя, произведе-
ніе крайнихъ равняется квадрату сред-
няго (§. 111 Арит.); следовательно продол-
говатой четырёхугольникъ $FL = FG \cdot GK$
(§. 158.) $= LG^2$ (§. 119. 159.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНИЕ.

§. 201. И понеже треугольникъ есть фигура изъ всѣхъ
первая, и самая простая: то видно, что и другимъ много-
угольнымъ фигурамъ, которыя составлены изъ тре-
угольниковъ, равной квадратъ здѣланъ быть можетъ.

ТЕОРЕМА XXV.

§. 202. Площадь круга равняется
такому треугольнику, которой
основаніемъ имѣетъ окружность, про-
тянутую въ прямой линіи, а высо-
ту равную полуполерешнику.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Выше сего объявлено было, что въ кру- Фиг.
гѣ могутъ написаны быть правильные много- 100.

угольники (§. 144. и слѣд.). Положимъ, что въ кругѣ написанъ шестѣугольникъ: то видно, что бока его много еще отъ окружности круга отстоятъ. Но ежели на двѣ части раздѣлишь дугу того круга (§. 67.), и напишешь въ немъ двенадцатѣугольникъ: то бока его ближе будутъ подходить къ дугамъ круга, и еслии продолжая далѣе раздѣленіе тѣхъ дугъ на двѣ части, будешь писать въ кругѣ многоугольники, имѣющіе по 24, по 48, и больше боковъ: то оныя гораздо уже ближе будутъ подходить къ окружности дугъ, такъ что на концѣхъ тѣхъ дуги, мало, или почти ничего не будутъ различивать отъ тѣхъ хордъ. Чего ради окружность круга можешь сравниться съ многоугольникомъ, имѣющимъ безчисленное число боковъ, которые отъ самыхъ малѣйшихъ дугъ окружности весьма мало различествуютъ. Явствуетъ также и то, что многоугольники состояющіе изъ равныхъ треугольниковъ, коихъ основанія суть бока того многоугольника, а бедра ихъ въ центрѣ круга соединяются, на пр. ABD, ADE и проч. Но когда основанія такихъ треугольниковъ весьма малыя, такъ что ни мало не различаются отъ самыхъ малѣйшихъ дугъ окружности: то и высота ихъ можешь принята быти за равную полуперпендикулу, по коликѣ она весьма мало, или почти ничего не различествуетъ отъ ихъ боковъ. И когда изъ многихъ треугольниковъ, имѣющихъ одинакую высоту, составится одинъ такой треугольникъ, ко-

торой

порой содержитъ въ себѣ основанія всѣхъ прочихъ, и имѣетъ общую съ ними высоту (§. 188. : по здѣлуси, что площадь круга BDEF правильно равняется такому треугольнику ABC, коего основаніе равно окружности круга, а высота AB полуперешнику его. Ч. и. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 203. И такъ, ежели бы прямая линія могла здѣлана быть равная окружности круга, квадратура круга (quadratura circuli) такимъ же бы образомъ, какъ и измѣреніе площади въ треугольникѣ, учинена была; то есть полуперешникъ, на половину окружности будучи умноженъ, производилъ бы площадь круга (§. 168.). Положимъ, что перешникъ данъ 100: то окружность будетъ 314 (§. 129.); следовательно полуперешникъ 50, умноживъ на половину окружности 157, площадь круга будетъ 7850.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 204. Изъ того жъ, о чемъ уже сказано, что кругъ можетъ принятъ быть за правильной многоугольникъ, котораго самыя малѣйшіе бока ни чего не разнятся, отъ дугъ окружности, явствуетъ, что окружности круговъ содержатся между собою, какъ перешники, или полуперешники; понеже окруженія подобныхъ треугольниковъ, изъ которыхъ всякіе правильные многоугольники, и также кругъ, состояются, имѣютъ содержаніе сходственныхъ боковъ. Ибо окружность состоитъ изъ суммы всѣхъ боковъ, и суммы предъидущихъ и послѣдующихъ подобныхъ пропорціональныхъ членовъ содержащихся между собою такъ, какъ всякой предъидущей къ своему послѣдующему (§. 113. Ариф.). Тоже явствуетъ и изъ §. 129, гдѣ о непрерывной пропорціи перешника и круга говорено.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 205. Но площади круговъ имѣютъ удвоенное содержаніе перешниковъ, или полуперешниковъ. То есть, содержатся между собою, какъ квадраты перешниковъ, или полуперешниковъ. Понеже всѣ подобные треугольники, изъ которыхъ площади круговъ состояются, имѣютъ удвоенную пропорцію сходственныхъ боковъ, или высотъ (§. 191. мѣд. 206.).

ТЕО.

ТЕОРЕМА XXVI.

Фиг.
101.

§. 206. Площадь круга, къ квадрату въ немъ написанному $OMPS$, содержится такъ, какъ половинная окружность къ Полуперешнику, и площадь круга къ квадрату полуперешника, около круга описанному $LNQR$, содержится такъ, какъ четвертая часть окружности къ полуперешнику.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Во первыхъ извѣстно то, что Π въ кругѣ написанной $OMPS$ есть половина Π около круга описаннаго $LNQR$. Понеже $\triangle OMP = \frac{1}{2} \triangle LONP$ (§. 155.), и $\triangle OMP = \triangle OSP$ (§. 127.); слѣдовательно $\Pi OMPS =$ продолговатому четырёхугольнику $LONP$, или половинѣ квадрата, около круга описаннаго. По томъ продолговатой четырёхугольникъ изъ полуперешника $MC = LO$, на половину окружности OMP , то есть, самая площадь круга (§. 203.) къ продолговатому четырёхугольнику $OLNP$, одинакой высоты, то есть, къ Π въ кругѣ написанному содержится такъ, какъ основанія (§. 188.), то есть, какъ половинная окружность OMP къ полуперешнику OC . Чего ради то же кругъ къ продолговатому четырёхугольнику LP , вдвое взятому, то есть къ Π около круга описанному LR содержится такъ, какъ половинная окружность къ двумъ перешникамъ, или раздѣливъ на двое количества пропорціи-

пропорціональны (§. 120. Ариф.), кругъ будетъ содержаться къ квадрату поперешника такъ, какъ четвертая часть окружности содержится къ поперешнику. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 207. Чего для, принявъ какую ни будь пропорцію окружности къ поперешнику, содержаніе площади круга къ квадрату поперешника можетъ изображено быть въ числахъ. То есть, по Архимед. кругъ къ квадрату поперешника содержится, какъ $5\frac{1}{2} : 7$ — $11 : 14$; по Цейзен. какъ $785 : 1000$; по Мен. какъ $355 : 452$.

ЗАДАЧА XLV.

§. 208. Найти площадь круга, когда данъ поперешникъ его.

РѢШЕНІЕ.

Число, означающее величину поперешника, умножь само на себя, чтобъ имѣть квадратъ его, пошомъ посылай: какъ 1000 къ 785, такъ данной квадратъ поперешника къ площади круга.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 209. Обратно, зная площадь круга, для квадрата поперешника посылай, какъ $785 : 1000$, такъ данная площадь круга къ квадрату поперешника.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIII.

§. 210. Секторъ круга, или пырѣзокъ Фиг. 102. изъ круга (sector circuli), называется такая часть площади $ACBD$, которая между двумя полупомерешниками, и находящеюся между ими дугою окружности, содержится.

ЗАДАЧА XLVI.

§. 211. Выискать площадь Сектора, когда данъ полупомерешникъ и дуга круга, между которою содержится Секторъ.

РѢШЕНІЕ.

1. Дугу, коей число градусовъ извѣстно, преврати въ прямую линію, то есть, найди

найди сперва величину всей окружности (§. 129), и потомъ посылай: какъ 360 град. къ найденной долготѣ всей окружности, такъ данное число градусовъ къ долготѣ дуги ADB .

2. На конецъ умножь половину дуги ADB на полуперешникъ AC , произведеіе изъ того будетъ площадь Сектора.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

Понеже какъ весь кругъ равняется такому треугольнику, коего высота есть полуперешникъ, а основаніе, окружность въ прямой линіѣ простираемая (§. 202. : то и секторъ можетъ принятъ быть за такой треугольникъ, коего высота есть полуперешникъ, а основаніе дуга ADB , откуда и измѣреніе его явствуетъ (§. 108.). Ч. и д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

- §. 212. И часть сектора EFG , которая между хордою EF , и дугою EFG содержится, будетъ известна, ежели треугольникъ CEF вычтется изъ діалаго сектора $CEGF$.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIV.

- Фиг. 103. §. 213. *Луначка Гиллократа Хгискаго* (*Lunula Hippocratis Chii*), (которой первой квадратуру ея изобрѣлъ) есть площадь, которая между дугою полукруга ADB , и четвертью круга AEB изъ центра F (которой чрезъ проведенную линію CD означаетъ такимъ образомъ, чтобъ была $CD = CF$) полуперешникомъ AF описанною содержится.

ЗАДАЧА XLVII.

- §. 214. Квадровать луначку Гиллократу $ADEB$.

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ.

1. Начерши полуперешникомъ AC полукругъ ADB , помѣлай $AC = CF$, и проводи гипотенузу AF , и ею, такъ какъ полуперешникомъ, изъ точки F опиши четверть круга AEB .
2. Помѣлай изъ извѣстнаго основанія BA высоты CF , которая есть половинная часть основанія, найди площадь ΔABE (§. 168.), которая будетъ равна лунчкѣ $ADEB$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Квадратъ гипотенузы AF равенъ $\Pi AC + \Pi CF$ (§. 193.); слѣдовательно четвертая часть круга $AEBF$ равна полукругу $ADBC$. Полеже круги содержащяся между собою такъ, какъ квадраты полуперешниковъ (§. 205.), и кругъ полуперешникомъ AF описанной есть вдвое больше того круга, которой полуперешникомъ AC описанъ, и четвертая его часть равняется половинѣ сего. Но ежели отъ равныхъ, то есть, отъ четверти круга $AEBF$, и полукруга $ADBC$ отнимешь общее, въ срединѣ находящееся пространство $AECB$: то останутся равныя, то есть лунка $ADBE = \Delta CABF$ (§. 26. Ариѳ.); чего ради площадь сего треугольника равна лунчкѣ. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 215. И такъ ясно можно опсюда разумѣть точную квадратуру частицы площади круговой, хотя никто еще не могъ квадровать цѣлой площади.

ГЛАВА ТРЕТІЯ СТЕРЕОМЕТРІЯ

или

О

ИЗМѢРЕНІИ ТОЛСТОТЫ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXV.

§. 216.

Толстота (*solidum*), или *тѣло* (*corpus*) есть то, что имѣетъ длину, ширину и толщину. Или есть такое продолженіе, которое ограничивается поверхностями.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 217. И такъ Геометры описываютъ не Физическое тѣло, но такое пространство, которое занимаетъ физическимъ тѣломъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 218. Способъ изображенія Геометрическаго тѣла изъясняется по большей части тѣмъ, чтобы въ умѣ будешь представлена такая поверхность, которая движется по протяженію нѣкоторой линіи.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVI.

§. 219. Классы тѣлъ, смотря по различію поверхностей, которыми они ограничиваются, приспосабливаются могутъ устроены быть такимъ образомъ, чтобы во первыхъ разсуждать о тѣлахъ тѣлахъ, которыя плоскими поверхностями, а потомъ о другихъ, которыя одними выпуклыми поверхностями, или выпуклыми и плоскими ограничиваются.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVII.

§. 220. Къ первому классу принадлежатъ *призмы* (*prismata*). Происхожденіе ихъ изъясняется тѣмъ, ежели въ умѣ будетъ представлена поверхность плоская съ углами, движущаяся по линіѣ опредѣленной длины. И такъ треугольникъ АВ, опу Фиг. скаясь внизъ по линіѣ АД, производитъ 104. *треугольную призму* АС (*prisma triangulare*). Но параллелограммъ DE, опускаясь по линіѣ Фиг. DF, производитъ *четыреугольную призму* (*prisma quad-* 105. *rangulare*), а пятиугольникъ FG, двигаясь по Фиг. линіѣ FH, означаетъ *пятиугольную приз-* 106. *му* (*prisma quinquangulum*); такимъ же образомъ производятся и другія многоугольныя призмы. Оныя призмы, коихъ всѣ противоположенныя поверхности параллельны и равны между собою, называются *параллелепипедами* (*parallelepipeda*), какой есть DEFG.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVIII.

§. 221. Ежели квадратъ А будетъ двигаться по линіѣ, боку его равной: то происходитъ изъ того *кубъ* (*cubus*), или такое Фиг. тѣло, которое со всѣхъ сторонъ ограничи- 107. вается шестью квадратами.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIX.

§. 222. Другой видъ тѣлъ, которыя ограничиваются плоскими поверхностями, составляютъ *пирамиды* (*pyramides*), или такія *телѣшты*, которыя имѣютъ угловатое основаніе, а верхъ острый; или которыя замы- Фиг. каются столькими плоскими треугольниками, 108. сколько боковъ имѣетъ основаніе, и смотря 109. по числу угловъ основанія, во особливости

называются *треугольными* (triangulares), *четыреугольными* (quadrangulares) и такъ далѣе.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XL.

Фиг. 110. §. 223. Поверхность выпуклѣистую со всѣхъ сторонъ имѣетъ *шаръ* (sphaera), коего составленіе есть такое, что изъ одной линіи, изъ средняго въ шаръ центъ D , и поверхность проведенныя DA и DB , суть равны между собою. Шаръ происходитъ изъ того, когда полукружія плоскость $ADBC$ обходитъ около не подвижнаго поперешника AB .

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLI.

Фиг. 111. §. 224. Поверхность отъ части выпуклѣистую, отъ части плоскую имѣетъ *Цилиндръ* (Cylindrus), или такое круглое тѣло, которое происходитъ изъ того, когда прячая линія BD около двухъ равныхъ и параллельныхъ круговъ оборачивается до тѣхъ поръ, пока не возвратится къ тому мѣсту, откуда началъ двигаться. Или Цилиндръ происходитъ изъ того, когда параллелограммъ CD оборачивается около одного своего не подвижнаго бока CE . Цилиндръ называется *прямою* (rectus) AD , когда ось CE перпендикулярна къ основанію, а *скаленою* (scalenus), или *косой* (obliquus), когда ось CI наклонена къ основанію.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLII.

Фиг. 112. §. 225. *Конусъ* (conus) есть такая полшота, которая имѣетъ основаніе круглое, а высоту острую, и происходитъ, когда линія AC , однимъ концомъ будучи утверждена въ A , и наклонена къ окружности круга BC , оборачивается около оной до тѣхъ поръ, пока не возвратится къ той точкѣ, откуда началъ

чала двигаться. Или когда треугольник ADC вкругъ оборачивается около AC подлиннаго бока AD . *Правой конусъ* (rectus conus, Фиг. 114. есть, когда ось AD будетъ перпендикулярна къ поперешнику к. углаго основанія, а *склоненъ* (scalenus), или *косой* (obliquus), когда ось EH наклоняется къ поперешнику основанія.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIII.

§. 226. Тѣла суть, или *правильныя* (regularia), которыя со всѣхъ сторонъ ограничиваются правильными и между собою равными фигурами (кои опѣ Грековъ *гранями ѣдгс*, по ссѣтъ *либѣта ми*, или *оснопазія ми* (sedes vel bases) называются); или *не правильныя* (irregularia), которыя не имѣютъ такихъ предѣловъ. Правильныхъ тѣлъ есть пять. 1. *Тетраэдръ* (tetraëdram), то есть *четырегранное тѣло*, или пирамида A , ограниченная четырьмя равносторонными и между собою равными треугольниками. 2. *Кубъ* (cubus), или *Гексаэдръ* (hexaëdram), то есть, *шестигранное тѣло*, которое ограничивается шестью равными квадратами. (§. 221.). 3. *Октаэдръ* (octaëdram), то есть *осьмигранное тѣло*, или Фиг. 115. двойная четырехугольная пирамида. 4. *Додекаэдръ* (dodecaëdram), то есть *двенадцатигранное тѣло*, которое ограничивается двенадцатью правильными пятиугольниками. 5. *Икосаэдръ* (Icosaëdram), то есть *двадцатигранное тѣло*, которое ограничивается двадцатью равносторонними и между собою равными треугольниками. Фиг. 116. Фиг. 117. Фиг. 118.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 227. Понеже правильныя тѣла со всѣхъ сторонъ ограничиваются правильными фигурами: то могутъ оныя



написаны быть въ кругѣ такъ, что углы ихъ будутъ кончиться на поверхности шара (§. 147.). И такимъ образомъ въ срединѣ сихъ тѣлъ будетъ находиться центръ Сферической поверхности.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 228. Если отъ угловъ правильныхъ тѣлъ къ центру проведутся прямыя линіи: то видно, что оныя тѣла состоятъ изъ такихъ пирамидъ, коихъ основанія суть грани тѣла, а верхи ихъ соединяются въ центрѣ.

ЗАДАЧА XLVIII.

§. 229. Изобразить чертежи правильныхъ тѣлъ на толстой бумагѣ.

РѢШЕНІЕ.

- Фиг. 1. *Для Тетраэдра.* На толстой бумагѣ начерти Δ равносторонной АВС, и пересѣки бока его на двѣ части, раздѣли на другіе подобные и между собою равные четыре треугольника, которые покажутъ грани Тетраэдра, коихъ концы согнувъ и слѣпиемъ клѣдемъ, будетъ готовъ желаемой чертежъ того тѣла.
- Фиг. 2. *Для Гексаэдра:* здѣлай шесть квадратовъ, и соедини оные между собою, какъ фигура показываетъ.
- Фиг. 3. *Для Октаэдра.* Соедини восемь равносторонныхъ, и равныхъ треугольниковъ такъ, какъ фигура ясно изображаетъ.
- Фиг. 4. *Для Додекаэдра.* Начерни сперва одно правильное пятиугольное основаніе (§. 141.), и около онаго здѣлай пять подобныхъ и равныхъ пятиугольниковъ. Но сіе короче здѣлается, когда отъ каждаго угла пятиугольника, чрезъ оба концы противоположеннаго бока, будутъ проведены прямыя линіи, и ошрѣжется отъ нихъ

нихъ величина многоугольнаго бока. Ибо тогда на концахъ *n* и *t* сихъ боковъ, разсвореніемъ бока пятиугольника *n* *x* и *t* *x*, здѣлавъ разрѣзы въ *x*, заключится вся фигура. Равнымъ образомъ описывающаея прочіе шесть равные правильные пятиугольника.

5. *Задача 11* коззидра жъ какимъ образомъ фиг. 123.
двѣнадцать равныхъ треугольниковъ соединяющаея, также чертежъ ясно предъ глаза представляетъ.
6. Наконецъ, когда такія начерченныя фигуры вырѣзываются изъ бумаги, должно наблюдать то, чѣмъ изъ крайнихъ боковъ одинъ послѣ другаго имѣлъ кромку, на которую бы ближайшей бокъ положить, и къ ней приклѣишь его можно было.

ТЕОРЕМА XXVII.

§. 230. *Правильныхъ тѣлъ есть только пять.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже извѣстно, что углы, находящіяся около одной средней точки, все вмѣстѣ содержатъ 360 градусовъ (§. 46.), и соединяющаея на плоскости круга около центра; того ради три плоскіе угла, которые составляютъ полшой уголъ правильного тѣла, должны содержать въ себѣ меньше, нежели 360 градусовъ. Ибо, въ противномъ случаѣ, соединяющіяся углы не могутъ произвести полшого угла, или выходящей тѣла остроты. Также должны соединяться углы правильныхъ фигуръ,

коими помянутыя иѣли ограничивающа. И такѣ, когда соединяюща при угла равнороснорнаго прѣугольника, изъ которыхъ каждой содержиѣ въ себѣ по 60 градусовъ (§. 82.), а вся сумма ихъ составленіи 180 градусовъ, прѣсходитъ изъ того плоской уголъ, какой въ верьху *Тетраэдра* и находится; чешыре жѣ такіе угла соединяюща въ *Октаэдрѣ*, и всѣ вмѣстѣ дѣлають 240 градусовъ, а пять въ *Икосэдрѣ*, и заключають 300 градусовъ; шесть же угловъ, по 60 градусовъ, не могуѣ соединитъ, понеже они, всѣ вмѣстѣ взяты, составляютъ сумму 360 градусовъ, и перемѣняюща въ плоскостъ. Бѣшьлижъ квадраты, вмѣсто прѣугольниковъ, будутъ соединяюща: шо и изъ нихъ можетъ составленъ быти плоской уголъ, пошому что въ квадратѣ каждой уголъ по 90 градусовъ, и шрехъ такихъ угловъ сумма = 270 градусовъ, какая и находится въ *Гексаэдрѣ*. Но чешыре такіе прямые угла содержиѣ въ себѣ также 360 градусовъ, и перемѣняюща въ плоскостъ. Пятикоуѣ, понеже пятиугольника уголъ = 108 градусовъ (§. 144.), шрижды взятой, дѣлають сумму 324 град. Ся сумма градусовъ еще годинна для составленія плоскаго угла, какъ и находится въ *Додекаэдрѣ*. А что прѣкижъ правильныхъ многоугольниковъ углы не годинна для составленія плоскаго угла, сѣ явствуетъ изъ того жѣ (§. 144.). Ибо когда въ шрѣпугольникѣ при угла, вмѣстѣ взяты, равняюща 360 градусамъ, сумма шрехъ угловъ въ другихъ многоугольникахъ будетъ больше 360 градусовъ. Ч. и. д. ОШРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIV.

§. 231. Мѣры пѣлъ (меліна согрощи) есть кубъ извѣстной величины, коего бокъ бываетъ равенъ сажень, фуру, дюиму, линѣ, или другой какою бы была опредѣленна долготѣ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 232. Слѣдовательно тогда только измѣряемъ мы толщину пѣль, когда находимъ, сколько разъ малой кубъ содержится въ предложенной какою ни будь толщотѣ (§. 3 и 4. предув.).

ЗАДАЧА XLIX.

§. 233. Найти толщину куба, когда данъ бокъ его.

РѢШЕНІЕ.

1. Данной бока BC умножь самъ на себя, Фиг. 124.
(§. 159 .
и произойдетъ квадратъ основанія DB
2. Оной квадратъ опять умножь на данной бока, произведение покажетъ толщину куба.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Зная число малыхъ квадратовъ, которые содержатся въ основаніи, будемъ припоминать извѣстно, сколько малыхъ кубовъ можетъ поставлено быть на основаніи. Потомъ, когда въ другомъ умноженіи сей рядъ кубовъ повторился столько разъ, сколько дозволяетъ высота куба, будемъ извѣстно, сколько малыхъ кубовъ большой кубъ въ себѣ содержитъ; слѣдовательно толщина его найдена. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 234. Понеже мѣры Геометровъ раздѣляются на десять частей (§. 11.); того ради всякой кубъ, имѣющей вмѣсто бока линію, состоящую изъ 10 частей, содержитъ въ себѣ тысячу кубовъ, коихъ бокъ есть деся-

тая часть линѣи. То есть, кубическая сажень 1000 кубическихъ фушовъ, кубической футъ 1000 кубическихъ дюймовъ, кубической дюймъ 1000 кубическихъ линѣй въ себѣ заключаетъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 235. Чего ради въ Снесрешметѣи пропорціи мѣръ опять перемѣнится, и дѣлается тысячная, которая въ первой главѣ десятичная, а въ другой сотенная была.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 236. Изъ чего явствуетъ способъ, какъ опредѣлить сорпы мѣръ, которые содержатъ въ себѣ данное число. На пр. ежели будутъ даны 2567802 кубическіе дюйма: то опредѣленіе классовъ или сорновъ дѣлается отъ правой руки, и для каждаго сорна основывается по при знаку, что здѣлавъ, произойдутъ 2 кубич. саж. 567 куб. фут. 802 куб. дюйм. Изъ чего легко можно разумѣть правила, какъ вычислять толщину пѣла.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 237. Что въ Арифметикѣ о кубическихъ числахъ сказано (§. 157. Ариѳ.), что они имѣютъ утроенное содержаніе своихъ радикаловъ, тоже и здѣсь должно разумѣть о толстыхъ кубахъ. То есть, кубы имѣютъ утроенное содержаніе своихъ боковъ.

ЗАДАЧА L.

§. 238. Найти толщину параллелепипеда.

РѢШЕНІЕ.

Ежели основаніе будетъ прямоугольное: то площадь его находишь, умноживъ длину на ширину (§. 158.); еслили жъ основаніе будетъ параллелограммъ косою: то бокъ длины умножаешь на перпендикулъ (§. 167.), попомъ площадь основанія умножается на высоту призмы, произведеніе изъ того покажетъ толщину пѣла, какъ то явствуемъ изъ вышепредложеннаго доказательствва предъидущей задачи. На пр. спрашивается толщина призмы AD. Положимъ, что $DF = 2\ 3' 6''$, $EF = 3\ 5' 0''$, $BF = 9\ 4' 7''$: то произведеніе двухъ пер-

первыхъ произведеній 8° , $26'$, $08''$ будетъ
вмѣсто основанія, которое, будучи умно-
жено на высоту $BF = 947$, производитъ
искомую толщину 78° , $222'$, $200''$.

ТЕОРЕМА XXVIII.

§. 239. Параллелепипедъ AD , чрезъ Фиг.
125.
диагональную плоскость $ACED$, раз-
дѣляется на двѣ равныя треуголь-
ныя призмы.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже параллелограммъ AB , диагональ-
ною линіею AC , раздѣляется на два рав-
ные треугольника ABC и AGC (§. 151.).
Но такіе треугольники, движеніемъ своимъ
по той же линіи CD , означаютъ треуголь-
ныя призмы ABD и AGE ; слѣдователь-
но онѣ равны между собою (§. 220.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 240. Всякая треугольная призма есть половина че-
тырехугольной, которая съ оною имѣетъ одинакую вы-
соту и двойное основаніе.

ТЕОРЕМА XXIX.

§. 241. Треугольныя призмы AF
и GE , которыя имѣютъ одинакое, или
равное основаніе, и одинакую пер- Фиг.
126.
пендикулярную высоту, равны меж-
ду собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже равные треугольники BFE и EFH
(§. 153.), будучи двигнуты по той же ли-
ніи EC , опредѣляютъ равныя простран-

Ж 5

ства,

ства, или полусферы, то есть, треугольные призмы AF и GE (§. 220.). Ч. II. д.

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

Фиг. §. 242. Тоже служилъ и о четырехугольныхъ призмахъ,
127. кои суть вдвое больше треугольныхъ (§. 31. Ариф.).

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 243. И о всякихъ другихъ многоугольныхъ призмахъ, которые имѣютъ равныя основанія, и одинакую перпендикулярную высоту, тоже разумѣть должно.

ПРИБАВЛЕНИЕ 3.

§. 244. И также известно, что площадь круга можеть принята быть за многоугольникъ, состоящей изъ безчисленныхъ боковъ (§. 202.): то можно видѣть, что и цилиндръ состоитъ будто бы изъ безчисленныхъ треугольныхъ призмъ. По чему цилиндры прямые и косые CD , находядся на одномъ основаніи, и состояще между ними параллельными линиями, равны между собою.

Фиг.
128.

ЗАДАЧА II.

§. 245. Вымѣрить призмы всякаго рода, также цилиндры прямые и косые.

РѢШЕНІЕ.

Площадь основанія, по правиламъ второй главы (§. 158. 167. 208.) найденную, умножь на перпендикулярную высоту призмы, или цилиндра, произведение покажетъ искомую площадь (§. 241. и слѣд.).

ТЕОРЕМА XXX.

Фиг. §. 246. Треугольники ONM , и onm ,
129. которые, по равному разстояніи отъ основанія, происходятъ отъ поперечнаго перерѣза двухъ треугольныхъ пирамидъ, имѣющихъ равныя основанія и высоты, равны между собою.

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда все бока такихъ треугольниковъ равны между собою: то они составляютъ равные треугольники (§. 127.). А что бока все равны, сѣ доказываея такимъ образомъ: возьми во особеннѣости двѣ треуголь- Фиг. ния пирамиды поверхности ABD и abd : то, ^{130.} для подобія треугольниковъ, которые происходятъ отъ проведенныхъ линій OM и om , AR и ar , служаиъ такія пропорціи (§. 92.)

$$AR:AL=BR:OL=RD:LM.$$

и соединивъ предъидущіе и послѣдующіе члены послѣдней пропорціи (§. 113. нум. 2. Ариѳ.), будетъ

$$BR+RD:OL+LM=AR:AL$$

$$\text{или } BD:OM=AR:AL$$

въ другомъ же наклонномъ треугольникѣ abd , для тойже причины (§. 92.), имѣютъ мѣсто такія пропорціи.

$$ar:al=br:lo=dr:lm$$

и взявъ разность предъидущихъ и послѣдующихъ членовъ (§. 113. нум. 2. Ариѳ.), будетъ

$$ar:al=br-dr:lo-lm$$

Но понеже въ обоихъ случаяхъ высоты $AL=al$, и основанія $BD=bd$ равны между собою: то будетъ и $OM=om$.

Такимъ же образомъ доказываея равенство линій ON и on , NM и nm . Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНИЕ.

§. 247. Также Теорема служитъ въ разсужденіи чепыреугольныхъ и другихъ многоугольныхъ пирамидъ, которыя имѣютъ равныя основанія и высоты; понеже основанія ихъ на треугольники, а самыя пирамиды на другія подобныя треугольнымъ раздѣляются.

ТЕО-



ТЕОРЕМА XXXI.

Фиг. §. 248. *Пирамиды, которыя имѣ-*
 129. *ютъ равныя основанія, и одинакую*
перпендикулярную высоту, равны
между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Представь, что пирамиды пересѣкающ-
 ся на весьма тонкіе слои OMN и $o m n$,
 и высота ихъ пусть будетъ весьма малая:
 то никто не будетъ сомнѣваться о томъ,
 что изъ одной такой пирамиды можно вырѣ-
 зать столько жъ равновысокихъ слоевъ,
 сколько и изъ другой, по причинѣ одинакой
 обоихъ тѣлъ высоты. Но когда въ такіе
 слои, которые, для тонкости своей, опѣ
 треугольниковъ ONM и $o m n$ мало, или ни-
 чего не разнѣствуютъ, равны между собою;
 слѣдовательно оба такія тѣла изъ равныхъ и
 равномерно многихъ слоевъ, такъ какъ изъ
 частей, составляются, изъ чего и равенство
 обоихъ такихъ тѣлъ явствуетъ (§. 29. 31.
 Аріе.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

Фиг. §. 249. *Таже истина касается до конусовъ прямыхъ и*
 131. *косыхъ, имѣющихъ одинакое основаніе и одну ту же*
высоту, потому что они почипаются за составленные
изъ безчисленныхъ треугольныхъ пирамидъ; понеже
основаніе ихъ состоитъ изъ безчисленныхъ малыхъ
треугольниковъ (§. 202.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 250. Доказательство, которое теперь изъ-
 яснено, помощью способа нераздѣльныхъ, учинено
 удобнымъ, о пользѣ котораго во всей Геометріи,
 какъ Авторъ его Бонавентура Кавалерій, въ Геоме-
 тріи о не раздѣльныхъ, такъ и Дешалле мажемъ.
 курс.

курс. пом. II. стран. 101. и слѣд. пространствѣ изъясняютъ. См. Марш. Кн. pp. разсужд. о способѣ исчерпаемости и нераздѣльности.

ТЕОРЕМА XXXII.

§. 251. Треугольная призма содержитъ Фиг. 132.
въ себѣ три равныя пирамиды.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже чрезъ линіи DB , BF и DC , вырѣзывающія изъ призмы три пирамиды BDE , $ACBD$ и $CDFB$, изъ которыхъ двѣ первыя равны между собою, поколику имѣютъ равныя основанія (понеже $\triangle ABC = \triangle DEF$), и одинакую высоту $EB = FC$. Но пирамида $ACBD$ равна также послѣдней пирамидѣ $CDFB$, понеже, чрезъ діагональную линію CD , проводится равныя основанія, то есть, $\triangle ACD = \triangle CDF$, и высота обѣимъ имѣетъ общую; слѣдовательно три такія пирамиды равны между собою (§. 24. Ариѳ.). Сіе доказательство лучше изъяснено бытъ можетъ чрезъ вещественной образецъ. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 252. И всякая многоугольная призма содержитъ въ себѣ толщину трехъ пирамидъ, имѣющихъ равныя основанія и одинакую высоту. Понеже оное тѣло на треугольныя призмы, а изъ сихъ каждая на треугольныя пирамиды раздѣлиться можетъ. И какъ каждая часть призмы есть втрое больше каждой части пирамиды: то и цѣлая призма, въ разсужденіи цѣлой пирамиды, будетъ втрое больше (§. 119. и слѣд. Ариѳ.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 253. Слѣдовательно цилиндръ есть втрое больше конуса, имѣющаго съ нимъ равное основаніе и одинакую высоту (§. 202. 249.).

ЗАДА-

ЗАДАЧА LII.

§ 254. Вымѣрять толщину пирамиды и конуса.

РѢШЕНИЕ.

Круговое основаніе (§. 208.) умножь на высоту, изъ произведенія возьми третью часть (§. 245. 251. и слѣд.), которая покажетъ толщину пирамиды, или конуса. Или, что все равно. умножь основаніе на третью часть высоты, или третью часть основанія на всю высоту.

ЗАДАЧА LIII.

Фиг. §. 255. Найди толщину безголопаго конуса AD.

РѢШЕНИЕ.

Когда дана высота шѣла $HF = AE$, также поперешникъ основанія и верхняго круга: то

1. Возьми разность полупоперешниковъ $CF - AH = CE$, и предсавь, что высота HF продолжается до шѣхъ поръ, пока въ точкѣ G не соединится съ нею продолженной бокъ AC , и не означимъ верьху всего конуса, ^{попомбъ}
2. Понеже $\triangle ACE \sim \triangle GCF$ (§. 92.): то посылай, $CE : AE = CF : FG$.
3. Сыскавъ дѣлаго конуса высоту FG и поперешникъ основанія, найди толщину его (§. 254.); ^{попомбъ}, понеже известна малаго недоснашочеснующаго конуса высота GH и основаніе AB , найди также толщину его, и

4. Наконецъ конусъ GAB вычти изъ двѣ-
лаго конуса GCD , остатокъ покажетъ
толщину безголовата конуса AD .

ЗАДАЧА LIV.

§ 256. Найти толщину пяти прапильныхъ
тѣлъ.

РѢШЕНИЕ.

Измѣрять Тетраэдра, или простой пира-
миды, и Октаэдра, то есть двойной
пирамиды, также куба, или Гексаэдра,
являющагося изъ выше показанныхъ правилъ
(§. 233. 254.) О Додекаэдрѣ же и Икоса-
эдрѣ извѣстно то, что они состояюща-
ся изъ ещѣлькихъ пирамидъ, въ срединѣ,
такъ какъ въ центрѣ соединяющихся,
сколько въ нихъ имѣющихъ граней (§. 228.). И
такъ одной такой пирамиды толщина,
помощью основанія и высоты, найденная,
и на число граней умноженная, покажетъ
толщину всего тѣла.

ЗАДАЧА LV.

§ 257. Вымѣрять поперѣжности призмъ,
пирамидъ, цилиндровъ и конусовъ.

РѢШЕНИЕ.

1. Понеже поперѣжности призмъ и пира-
мидъ суть плоскія, о измѣреніи которыхъ
довольно говорено было въ предъидущей
главѣ: то и здѣсь упоминать о томъ
больше не слѣдуетъ.
2. Для поперѣжности цилиндра. Окруж-
ность основанія (§. 129.) умножь на его
бокъ, или на высоту его, къ произведенію
придай поперѣжности основаній (§. 208.),
такимъ образомъ будетъ извѣстна по-
верхность цилиндра.

3. Для поперѣхности конуса прямого. Половинную окружность основанія умножь на бока конуса, произведеніе покажетъ площадь, выключая основаніе. Понеже поверхность прямого конуса равняется такому сектору, котораго дуга равна окружности основанія въ конусѣ, а поперешникъ равенъ боку тогожъ конуса (§. 211.). См. Таквеш. Теор. выбран. изъ Архимед. пред. 13. Геом. основ. стран. 305. Стурм. изъясн. матем. стран. 106.

ТЕОРЕМА XXXIII.

§. 258. Призмы, цилиндры, пирамиды и конусы имѣютъ сложное содержаніе основаній и высотъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже толщина помянутыхъ тѣлъ находится, умножая основаніе, или на всю высоту, или на ширѣю ея часи; того ради имѣютъ они сихъ произведеній, то есть, основаній и высотъ умноженное, или сложное содержаніе (§. 86. Арие., Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 259. Ежели основанія ихъ будутъ равны: то они содержатся между собою, какъ высоты; а ежели высоты ихъ будутъ равны: то они содержатся между собою, какъ основанія.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

Фиг. 134. §. 260. Чего ради кубъ къ цилиндру въ немъ написанному имѣетъ такое содержаніе, какое квадратъ поперешника къ кругу, то есть, по Архимед. какъ 14:11, по Дейлен. какъ 1000:785, по Мец. какъ 452:355 (§. 207.).

ТЕО-

ТЕОРЕМА XXXIV.

§. 261. Подобные параллелепипеды содержатся между собою въ утроенномъ содержаніи сходственныхъ боковъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, для сысканія толщины параллелепипеда, употребляются три множителя, то есть длина и высота основанія, и высота всего шѣла (§. 245.). Но какъ сѣи множители, когда шѣла суть между собою подобныя, имѣютъ одинакое содержаніе; того ради и самыя толщоты имѣютъ утроенное содержаніе сходственныхъ боковъ (§. 86. Арие.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 262. Тоже должно разумѣть и о треугольныхъ между собою подобныхъ призмахъ, кои суть половинныя чепыреугольныхъ (§. 239.), и о вѣхъ другихъ, которыя составляютъ изъ треугольныхъ, то есть о многоугольныхъ призмахъ, и о самыхъ цилиндрахъ (§. 244.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 263. Тоже утроенное содержаніе сходственныхъ боковъ или высотъ причислуемъ пирамидамъ и конусамъ между собою подобнымъ. Понеже пирамиды изъ призмъ, а конусы изъ цилиндровъ, имѣющихъ одинаковое основаніе и высоту, суть третья часть.

ТЕОРЕМА XXXV.

§. 264. Цилиндръ А къ шару пѣ немъ ^{Фиг.} ^{135.} нарисанному В содержится такъ, какъ 3 : 2.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ежели квадратъ АВСД вмѣстѣ съ нарисанною въ немъ четвертью круга АСВ, ^{Фиг.} ^{136.} и треугольникомъ АВД, обернется около

З

линіи

линѣи АВ: то ошѣ обращенія квадрата
 АВСD цилиндрѣ (§. 214.), ошѣ обращенія
 четверти круга АВС половина шара (§. 223.),
 и ошѣ обращенія треугольника АВD ко-
 нуеѣ (§. 225.) произойдутъ, и сѣи при про-
 изшедшія шѣла будутъ имѣть одно осно-
 ваніе и одну высоту. Для сысканія жѣ ме-
 жду сими шѣлами пропорціи, сравнимъ са-
 мыя тоненькія ихѣ слои, кои происходятъ
 ошѣ разрѣза линѣи ЕF. Понеже линѣя ЕF,
 естли бы въ трехъ шѣхъ шѣлахъ здѣлала
 разрѣзъ параллельной сѣ основаніемъ, вездѣ
 бы какъ въ цилиндрѣ, такъ въ половинѣ
 шара и конусѣ произвела круги. И такъ
 пусть будетъ ЕG вмѣсто полуперешни-
 ка разрѣза конического, ЕI вмѣсто полу-
 перешника разрѣза сферического, и ЕF вмѣ-
 сто полуперешника разрѣза цилиндриче-
 ского; или, понеже $EF = BI$ (§. 19.), пусть
 будетъ BI вмѣсто полуперешника разрѣ-
 за цилиндрическаго, а $EB = EG$ (§. 92.),
 вмѣсто полуперешника разрѣза кониче-
 ского. Но когда такіе разрѣзы, такъ какъ
 круги, имѣютъ такоежѣ содержаніе, какое
 и квадраты ихѣ поперешниковъ, или полу-
 перешниковъ (§. 205.): то, естли въ пря-
 моугольномъ треугольникѣ ЕBI изъ ква-
 драта гипотенузы BI вычтемся $\square EB$,
 останется $\square EI$ (§. 196.), то есть, естли
 изъ разрѣза цилиндрическаго опшмемся
 разрѣзъ конической: то останется разрѣзъ
 сферической. Но какое содержаніе имѣютъ
 разрѣзы, или самыя тоненькіе слои, такое
 будутъ имѣть и самыя шѣла, потому что
 разрѣзы

разрѣзы есуть подобныя нѣсколькимъ часяи
еюихъ равновысокихъ иѣлаб (§. 248.); слѣ-
довательно, когда конусъ есть прешья
часень цилиндра (§. 253.), вычешши оной
изъ сего, остатокъ $3 - 1 = 2$ будетъ со-
держаніе половины шара, или цѣлаго шара;
чего ради цилиндръ къ шару еѣ немъ напи-
санному содержишея такъ, какъ 3 : 2. Ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 265. Такимже образомъ изъ слав. Фабр. дока-
зываетъ сію пропорцію Стурмій изъясн. матем.
сиран. 169. См. притомъ Кавалер. Геом. о нераздѣл.
сиран. 479. Первой такое срашеніе употребилъ
Архимедъ, и описалъ оное въ своемъ сочиненіи о
шарѣ и цилиндрѣ, и почиталъ сію Теорему такъ
высоко, что приказалъ на гробницѣ своей вырѣзавъ
шаръ написанной въ цилиндрѣ. По сей примѣтѣ
Цезеронъ нашелъ гробницу Архимедову. См. Tuscul.
quaest. kn. 5. gl. 23.

ТЕОРЕМА XXXVI.

§. 266. Кубъ полерешника къ ша-
ру пѣ немъ написанному содержится
по Архимед. какъ 21 : 11, по Цейлен. Фиг.
какъ 300 : 157, по Мец. какъ 678 : 355. ^{137.}

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

1. По Архимед. содержаніе куба и ци-
линдра одинакой высоты, есть какъ 14 : 11
(§. 260.); слѣдовательно содержаніе куба
и шара будетъ какъ 14 : $7\frac{1}{2}$ (§. 264.), или
оба числа умноживъ на 2-при, какъ 42 : 22,
и опять оныя раздѣливъ на 2-два, будетъ
какъ 21 : 11 (§. 119. 120. Ариѳ.).



2. По Цейлен. содержаніе куба и цилиндра одинакой высоты, есть какъ 1000 : 785 (§. 260.), и содержаніе куба къ шару будетъ какъ 1000 : 523 $\frac{1}{3}$ (§. 264.), или оба числа умноживъ нѣ-три, какъ 3000 : 1570, и опять оныя раздѣливъ нѣ-десять, будетъ какъ 300 : 157 (§. 119. 120. Ариѳ.).

3. По Мец. содержаніе куба и цилиндра одинакой высоты, есть какъ 452 : 355, а куба и шара какъ 452 : 236 $\frac{2}{3}$, или какъ 678 : 355. Ч. н. д.

ЗАДАЧА LVI.

§. 267. Вымѣрять толщину шара.

РѢШЕНІЕ.

Возьми поперешникъ шара за радикасъ, и изъ онаго, чрезъ умноженіе на свой квадратъ, здѣлай кубъ (§. 156. Ариѳ.), пошомъ къ числамъ 300 : 157, или 21 : 11, и къ найденному кубу найди четвертое пропорціональное число (§. 115. Ариѳ.), которое покажетъ толщину шара.

ТЕОРЕМА XXXVII.

§. 268. Шаръ рапенъ конусу, или такой пирамидѣ, коей оснопаніе рапняется наружной лоперхности шара, а пысота полуполерешнику его.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ежели всякая маленькая частица сферической поверхности будетъ принята за круговое основаніе какого конуса, или такой угловатой пирамиды, коей бока ссединяются въ центрѣ шара: то видно, что шаръ составляется изъ безчисленныхъ та-
кихъ

кихъ конусовъ, или малыхъ пирамидъ, коихъ высота общая есть полупоперешникъ шара; слѣдовательно, еслии малые конусы и пирамиды будутъ соединены въ одно такое подобное тѣло, которое имѣетъ вмѣстѣ основанія наружную поверхность шара, и высоту равную полупоперешнику его (§. 259.), точно сходствуетъ оно съ шаромъ. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНИЕ.

§. 269. Какъ уже доказано выше сего (§. 263.), что подобные конусы имѣютъ утроенное содержаніе сходственныхъ боковъ, или высотъ, и при томъ извѣстно, что шаръ можетъ сравниться съ конусомъ: то видно, что и шары, такъ какъ всегда подобные между собою, имѣютъ утроенное содержаніе поперешниковъ, или полупоперешниковъ, то есть, содержащихся между собою, какъ кубы ихъ поперешниковъ, или полупоперешниковъ (§. 262.).

ТЕОРЕМА XXXVIII.

§. 270. Поверхность шара есть вчетверо больше самаго большаго круга, которой описывается полупоперешникомъ тогожъ шара.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже шаръ равняется такому конусу, коего основаніе есть поверхность шара, а высота полупоперешникъ его (§. 268.): то слѣдуетъ, что толщина шара произвождается, когда поверхность его умножится на третью часть полупоперешника, или на шестую часть всего поперешника (§. 254.); слѣдовательно, принявъ за полупоперешникъ 100, площадь самаго большаго круга будетъ 7850 (§. 203.), а толщина цилиндра, которой равную съ шаромъ, то есть

поперешнику его равную высоту имѣетъ, была бы 785000 (§. 245.), изъ котораго числа только $\frac{1}{2}$ шаръ еѣ себѣ содержишь (§. 264.), то есть 523333 $\frac{1}{2}$, и сію смѣшенную дробь приведши въ чистую, произойдетъ площадь шара 523333 $\frac{1}{2}$ (§. 135.) Ариѣ., которую раздѣля на снѣтъ множишеть, ошѣ котораго она произведена была, то есть, на $\frac{1}{2}$ поперешника = 1046667 (§. 145. Ариѣ.), произойдетъ другой множишеть, или шара поверхность = 31400, которая точно есть вчетверо больше самаго большаго круга 7850. См. Такжеи. Теорем. выбран. изъ Архимед. пред. 24. и Гулдин. о центръ тяжестии кн. 4. стран. 339. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 271. Чего ради, поперешникъ 100 умноживъ на окружность самаго большаго круга 314, будетъ извѣстна поверхность шара 31400. Понеже полуповерешникъ, на половину круга умноженной, производитъ площадь круга (§. 203.). По чему двойное, будучи умножено на двойное жѣ, производитъ четверное.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 272. И потому поверхность шара равняется такому продолговатому чепыреугольнику, коего бока суть поперешникъ шара, и окружность самаго большаго круга.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 273. Изъ чего выводится другой способъ вымѣрять шаръ; то есть, поверхность шара должно умножить на третью часть полуповерешника, или полуповерешникъ умножаемый на третью часть поверхности (§. 254.).

ЗАДАЧА LVII.

§. 274. Удвоить кубъ.

РѢШЕНІЕ.

Изъ даннаго кубическаго бока здѣлай кубическое число, удвой оное, и изъ удвоеннаго извлеки кубической радикаль (§. 158. Ариѣ.),

Лриѣ.), которой будетъ показываеъ бокъ двойнаго куба.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 275. Разныябъ образы находяща многократной кубъ вѣснато двѣнаго куба. Ии кубъ сѣ самое сокращенно мѣста дѣлаеъ. Гѣ мѣры: по сочиненіи они особливѣ ш. Бѣнцѣ, иъ бокъ ирѣнѣ бокъ прѣснаго куба на 100, или на 1000 частей раздѣленнаго. бокъ куба двойнаго, тройнаго, четвернаго и проч. чрезъ извѣщеніе радикала изъ куба двойнаго, тройнаго и проч. на найденной по- чинаеъ. Пѣнѣтъ такой таблѣцы, для кубическаго бѣна, на 1000 частей раздѣленнаго, при сѣбѣ предлагаеъся.

кубъ мнѣг.	бокъ	куб.	бокъ	куб.	бокъ
1	100	18	262	35	327
2	125	19	266	36	330
3	144	20	271	37	333
4	158	21	275	38	336
5	170	22	280	39	339
6	181	23	284	40	341
7	191	24	288	41	344
8	200	25	292	42	347
9	208	26	296	43	350
10	215	27	300	44	353
11	222	28	303	45	355
12	228	29	307	46	358
13	235	30	310	47	360
14	241	31	314	48	363
15	246	32	317	49	365
16	251	33	320	50	368
17	257	34	323		

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 276. И когда шары имѣютъ такое содержаніе, какое кубы ихъ поперешниковъ, или полупошерешниковъ (§. 269.): то, ежели изъ бѣка двойнаго куба, такъ какъ изъ поперешника, составитеъ шаръ, будетъ онъ



вдвое больше первого, которой вмѣсто поперешника имѣлъ бокъ простаго куба. Такимже образомъ и далѣе шаръ умножается.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§ 277. Задача о удвоеніи куба прежде сего въ великое недоумѣніе приводила древнихъ Геометровъ. Делійская (Delicum) называется поному, понеже, какъ сказывающъ, Делійскимъ жителямъ, спраждающимъ моровую язву, оракулъ ошвѣтствовалъ такимъ образомъ, чшобъ они удвоили жертвенникъ, которой имѣлъ кубическую фигуру. См. вшпрув. Архип. кн. 9. гл. 3. Филоп. н. 36. Коментар. на 1. кн. послѣд. анализ. коего слова повшоряетъ Бешпин. *aerag. taitet.* стран. 642. Первой Гиппократъ показалъ, что удвоеніе куба дѣлается, ежели между бокомъ куба и между имже удвоеннымъ найдены будуть двѣ среднія пропорціональныя линіи, и первая изъ нихъ будетъ взята за бокъ двойнаго куба. (§. 122.). Но для практики полезнѣе пошъ способъ, которой теперъ предложенъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 278. До сихъ мѣстъ говорено было о измѣреніи Геометрическихъ тѣлъ, коихъ классы выше сего уже опредѣлены, остается еще упомянуть о измѣреніи только такихъ тѣлъ, которыя случаются въ практикѣ, и имѣющъ совсѣмъ особливья изображенія.

ЗАДАЧА LVIII.

§. 279. Вымѣрять кучу зеренъ.

РѢШЕНІЕ.

- Фиг. 1. 138. 1. Здѣлай сперва то, чшобъ куча зеренъ имѣла вездѣ одну перпендикулярную вышину, и основаніе ея приведено было въ прямоугольную фигуру.
2. Пошбмъ возьми машабъ, раздѣленной на малыя части, на пр. такой, чшобъ футъ

фушъ раздѣленъ былъ на дюймы и ли-
нѣи, и онымъ вымѣряй длину и ширину
основанія ДН, и верхняго прямоуголь-
ника АГ (ибо зерна, будучи сискія, ко-
гда ссыпаются въ кучу, обыкновенно дѣ-
лаютъ основаніе кучи ДН ширѣ прямо-
угольника верхней поверхности АГ), и
умноживъ длину на ширину, будетъ извѣ-
стна площадь обоихъ треугольниковъ
ДН и АГ.

3. Сложи обѣ площади, и половину суммы
возьми за среднее, или уравненное осно-
ваніе (§. 107. Ариф.),
4. Вымѣряй также толщину зеренъ m , и
оную умножь на уравненное основаніе,
произведеніе покажетъ толщину призмы,
которая равна кучѣ, опредѣленную куби-
ческими частицами принятаго масштаба
(§. 245.).
5. По тому же масштабу смѣряй попере-
никъ и высоту цилиндрической мѣрки М,
и найди толщину ея.
6. Наконецъ толщину кучи раздѣли на тол-
щину цилиндрической мѣрки, частное чи-
сло покажетъ, сколько мѣрокъ содержитъ
въ себѣ ссыпанныя въ кучу зерна.

ЗАДАЧА LIX.

§. 280. Вымѣрять костеръ дровъ.

РѢШЕНІЕ.

Куча, или костеръ дровъ АД, обыкновен-
но складывается на подобіе прямоуголь-
ной призмы, и для измѣренія ея упопре-
бляется сажень, или квадратъ, коего бокъ

Фиг.
139.



по большей части содержитъ въ себѣ шестъ футовъ. И такъ надлежитъ только выкапъ поверхность продолговатаго четырехугольника AC , вымѣряя саженью основаніе BC и высоту AB , и между собою умноживъ, произведение покажемъ число сажень (§. 158.). Еслии жъ сверху передняго ряда болѣе подобныхъ рядовъ наложено будемъ, въ такомъ случаѣ найденныя сажени умножаются на число сихъ рядовъ. и такимъ образомъ бываетъ извѣстна толщина всего коestra. На пр. линіи BC содержитъ въ себѣ 50 сажень, $AB = 6$. саж. слѣдовательно, еслии одинъ только будетъ рядъ дровъ, весь коестеръ будетъ содержать въ себѣ 300 сажень. Представъ, что на линіи CE наложено три ряда дровъ: то величина всего коestra AD будетъ состоятъ изъ 900 сажень.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLV.

§. 281. *Визиръ* (*baculus cylindrimetricus*), по Нѣмцу. (*eine cylindrische Visir-Ruthe*) называется такой машинабъ, помощію котораго измѣряются цилиндры такъ коротко, что поспѣе узнать можно, сколько малыхъ цилиндровъ содержитъ въ себѣ большой цилиндръ.

ЗАДАЧА LX.

§. 282. *Здѣлать Визиръ.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Фиг. 140. 1. Прежде всего возьми по изволенію, вмѣсто мѣры, малой цилиндръ bc , (но лучше всегда брань такой, которой бы имѣлъ поперешникъ больше, нежели высоте.).

2. Поимѣмъ на длинной дощечкѣ проведи Фиг. 141. линію AC , и въ оной подъ прямымъ угломъ приложи $AB = ab$, то есть поперешникъ маленькаго кувшина, или цилиндра.
3. Тотже поперешникъ AB перенеси нѣсколько разъ на линію AC , и произшедшія изъ того раздѣленія означь квадратными числами единицъ 1. 4. 9. 16. 25. 36. и проч.
4. Гипотенузу BC взявши циркулемъ, изъ A перенеси въ 2, и B 1 и въ A пометимъ $= A_2$, также B 3 здѣлай $= A_4$ и проч. Равнымъ образомъ раздѣли и прочія разстоянія, которые находятся между квадратными числами.
5. Къ линіи AC , такимъ образомъ раздѣленной, приложи палку, здѣланную изъ шестерѣйшаго дерева, и на одинъ ея бокъ перенеси всѣ тѣ раздѣленія, означь оныя числами, а на другой ея бокъ перенеси длины ac , взятого по изволенію малаго цилиндра, и оныя также означь числами, и будешь исправно изгошовленъ желаемой Визирь.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Извѣстно изъ Пифагоровой теоремы (§. 193.), что $\square AB + \square AI = \square BI$, и понеже $AB = AI$: то будетъ $\square BI = A_2$ вдвое больше $\square AB$; равнымъ образомъ $\square B_2 = 3 \square AB$ и проч. И такъ, когда круги имѣютъ такое содержаніе, какое квадраты ихъ поперешниковъ (§. 205.), видно, что A_2 есть поперешникъ двойнаго круга, A_3 попе-

поперешникъ тройнаго, и такъ далѣе. Чего ради, приложивъ такой масштабъ къ поперешнику даннаго цилиндра, тотчасъ будетъ извѣстно, сколько оснований, или круговъ кувшина, или малаго цилиндра, которой принявъ вмѣсто мѣры *bc*, содержишь въ себѣ круговое основаніе большаго цилиндра. Потомъ, еслии и бокъ *de*, на которомъ написаны высоты, приложишь къ длинѣ большаго цилиндра, и найденное на ономъ число умножишь на основаніе, произведеніе покажетъ, сколько большей цилиндръ содержишь въ себѣ меньшей (§. 245.). Ч. п. д.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

- Фиг. 1. Возьми, вмѣсто мѣры, маленькой цилиндръ *NO*, коего высота равна поперешнику, то есть, $MN = MO$. Но такого цилиндра поперешникъ, высота и діагональная линія находящаяся слѣдующимъ образомъ: *a*) найди толщину по изволенію взятой маленькой цилиндрической мѣры, на пр. кружки, умноживъ круговое ея основаніе на высоту (§. 245.). *b*) потомъ, понеже масштабъ, или цилиндрической Визиръ надлежитъ принаровить къ цилиндру, имѣющему равную высоту и основаніе, которой должно умножить, какъ послѣ сказано будетъ, помощію равновысокаго куба, и извѣстно, что цилиндры и кубы, имѣющіе одинакую высоту, содержатся между собою, какъ основанія (§. 260.); того ради посылай, какъ 785 къ 1000, такъ найденная цилиндрической мѣры толщина содержишь

держится къ кубу, имѣющему одинакую высоту. *c)* изъ сего найденнаго четвертаго пропорціональнаго числа извлеки кубической радикаль, и будешь извѣстенъ бокъ куба, которой припомъ покажешь поперешникъ и высоту цилиндрической равновысокой мѣры. *d)* наконецъ, понеже $\square MN + \square MO = \square NO$ (§. 193.), удвой квадратъ поперешника MN , и извлеки изъ него квадратной радикаль, которой покажешь діагональную линію такой цилиндрической мѣры, которая имѣетъ равное основаніе и высоту.

2. Найденную діагональную линію такого цилиндра раздѣли на 100 равныхъ частей (§. 101.).

3. Понеже подобные цилиндры имѣютъ упрощенное содержаніе сходственныхъ боковъ (§. 262.), слѣдовательно и діагональныхъ (§. 92.); того ради изъ вышепредложенной таблицы кубовъ (§. 275.), вмѣсто діагональной линіи цилиндра, возьми числа цилиндра двойнаго, тройнаго, четвертаго и проч. и перенеси оныя на Фиг. 143- деревянную палку LR , означь числами многократныхъ цилиндровъ. Ежели такимъ Визиромъ вымѣряешь подобную діагональную линію: то пошчасъ будетъ извѣстно, сколько большей подобной цилиндръ содержитсяъ въ себѣ малой.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 283. Оба Визира, прѣуговореніе которыхъ теперь показано, особливо дѣлаются для измѣренія бочекъ. И такъ слѣдуетъ теперь изъяснить о томъ, какъ

какъ находить толщину такого выпукдованнаго цилиндра.

ЗАДАЧА LXI.

§. 284. Вымѣрять толщину бочки.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

- Фиг. 144.
1. Понемѣе толщина бочки находится, когда извѣстно, сколько кружекъ, или малыхъ цилиндровъ, изъ которыхъ каждой мѣрою въ одну кружку, содержащихъ въ себѣ вся бочка: то возьми визиръ перваго рода (§. 282.), и пою его стороною, на которой написаны поперешники цилиндрической кружки, вымѣрай средней бочки поперешникъ EF , и крайней AC .
 2. Помножь оные поперешники сложи въ одну сумму, и половину ея возьми за уравненное основаніе, которое можетъ служить вмѣсто цилиндра, равнымъ образомъ толстаго (§. 107. Арие.).
 3. Другою стороною визира, на которой означены высоты кружки, вымѣрай бочки длину AB , и умножь оную на уравненное основаніе, произведеніе покажетъ число кружекъ, которыя содержатся въ цѣлой бочкѣ (§. 245.).

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

1. Понемѣе въ Германіи винныя бочки обыкновенно дѣлаются такъ, что по большей части имѣютъ двойную длину уравненнаго поперешника. См. Го. Гаршм. Байер. Vollkommene Vöſſig-Kunst. гл. 35. стран. 180. Если будетъ въ гошевищеніи визиръ втораго рода: то опусти его въ шулаку E

до С, число на ономъ изображенное покажетъ, сколько кружекъ содержишь въ себѣ половина бочки АЕСГ; следовательно найденная половина бочки, будучая вдвое; покажетъ толщину всей шой бочки. Обыкновенно жъ такъе вѣтры означаются двойными числами, чшобъ, по измѣреніи линѣи СБ, шощася можно было видѣть число двойнаго цилиндра АГ, изъ котораго составляется бочка.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 285. Явствуетъ изъ вышеобъявленнаго, что другой пизиръ, копорой называется *треугольнымъ*, гедится только для измѣренія такихъ цилиндровъ, или бочекъ, копоры подобную пропорцію съ малою цилиндрическою мѣрою, или съ цилиндромъ кружки, или двойную высоту уравненнаго поперешника имѣють. См. Байер. стран. 187.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 286. О такомъ визированіи пространствѣ упоминають Байеръ въ помянутой книгѣ, и въ *Стереометріи луст.* издан. въ Франкфурт. при М. 1603 году въ четверть листа, также въ Геом. Маври. См. Кеплер. сочин. издан. на Латинскомъ и Нѣмецкомъ язык. о *Стереометріи бочекъ*. На конецъ всю такую науку, помощію Аналитики, изъяснилъ сл. Гасій въ сочин. о визирован. издан. въ Виттембергѣ 1728. года. въ четверть листа.

ЗАДАЧА LXII.

§. 287. Пайти толщину пелякаго же *прѣпильнаго тѣла*.

РѢШЕНІЕ.

1. Положи неправильное тѣло К въ сосудѣ Фиг. цилиндрической или призъматической АД, 145-и сверхъ его налей воды, или насыпь песку, чшобъ все тѣло К покрылось.

2.



2. Найди толщину цилиндра ED (§. 245.), въ кошоромъ содержащяся наливная вода, и неправильное тѣло K .
3. Потомъ вынь неправильное тѣло K , и найди толщину отъ опустившейся воды произшедшаго цилиндра GD . Или, вылей воду, естли тѣло не можетъ способно содвинуто быть съ мѣста, и особливо найди толщину его. На конецъ толщину воды GD вычешши изъ цилиндра ED , получишь пространство EH , которое сходствуетъ съ неправильнымъ тѣломъ, потому что оное тѣло прежде занимало сѣ пространство.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 288. Для изъясненія Геометрической практики полезны сочиненія Христофора Клавія, Даніла Швенгера, Адр. Такквеша, и сверхъ прочихъ сл. Пенесера, которые въ Геометрической практикѣ упражнялись съ особливымъ прилѣжаніемъ. Сюда жъ принадлежишь де Шале практ. 7. том. II. Математическаго курса.

КОНЕЦЪ.



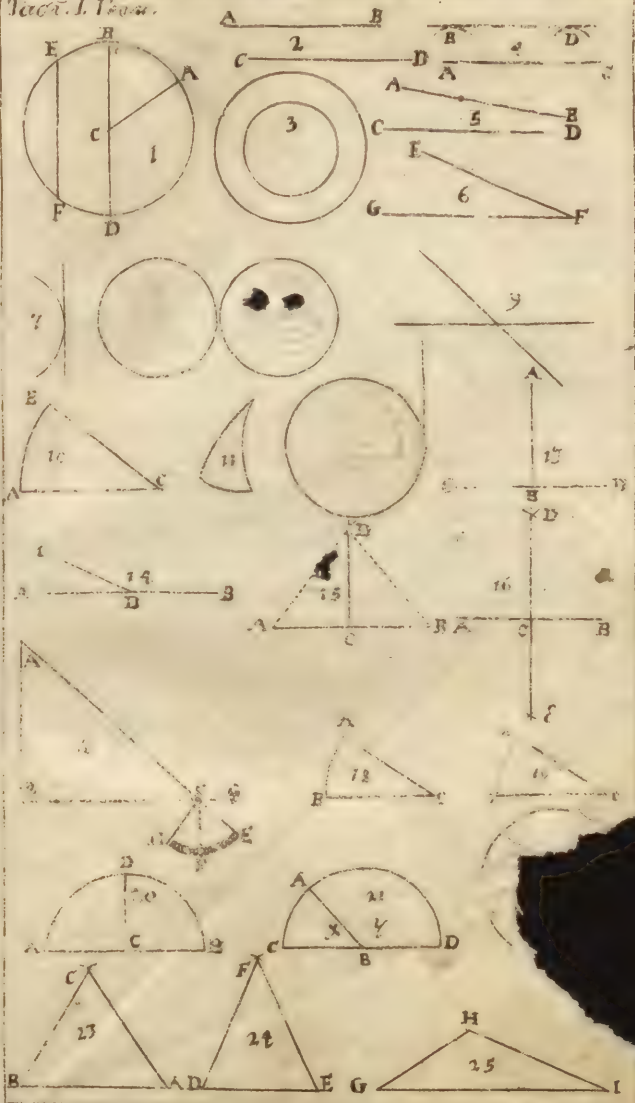
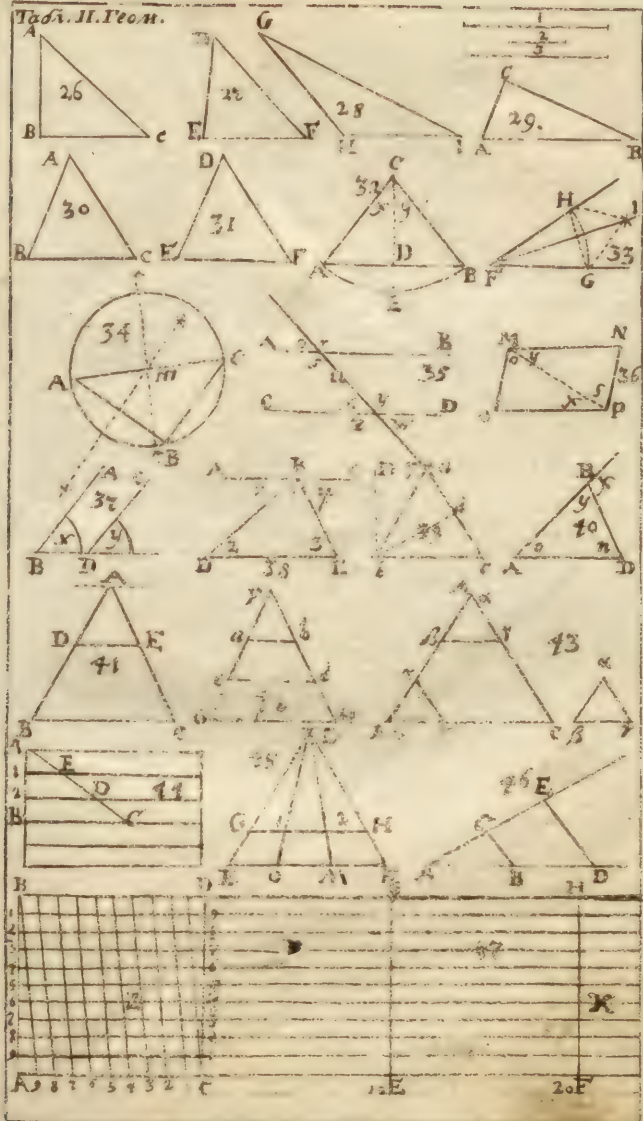


Табл. II. Геом.



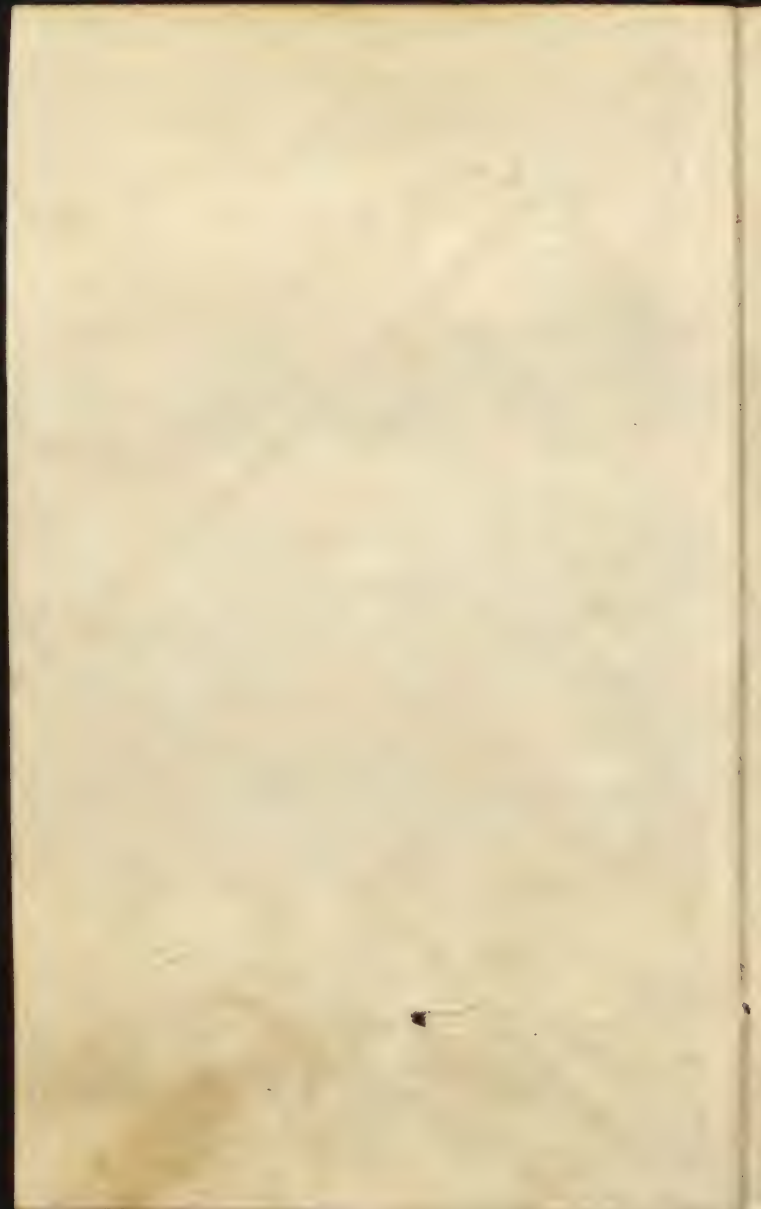


Табл. III. Геом.

В 10

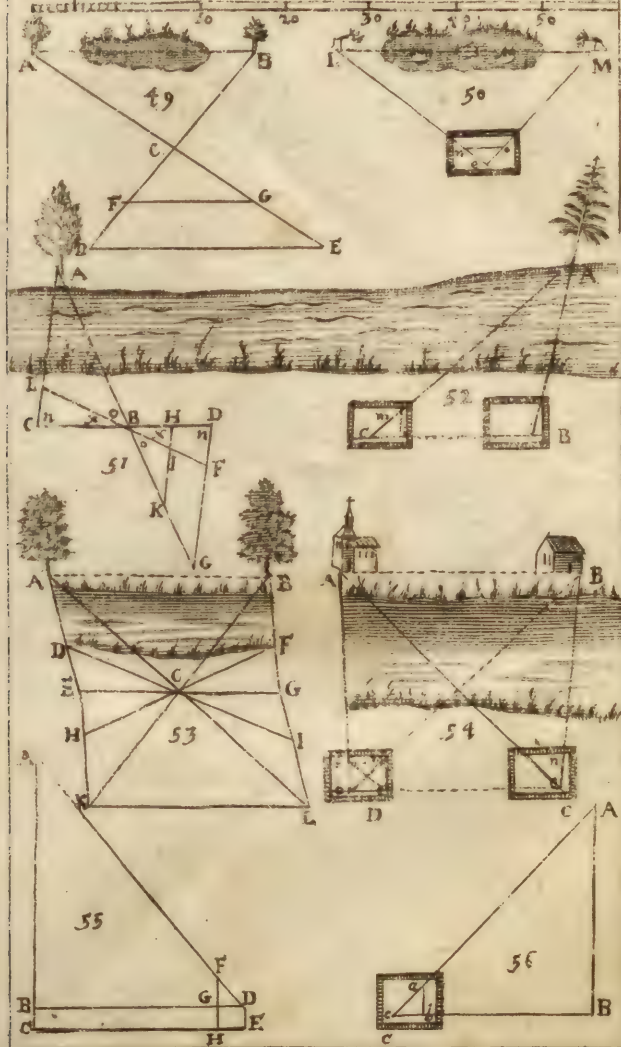
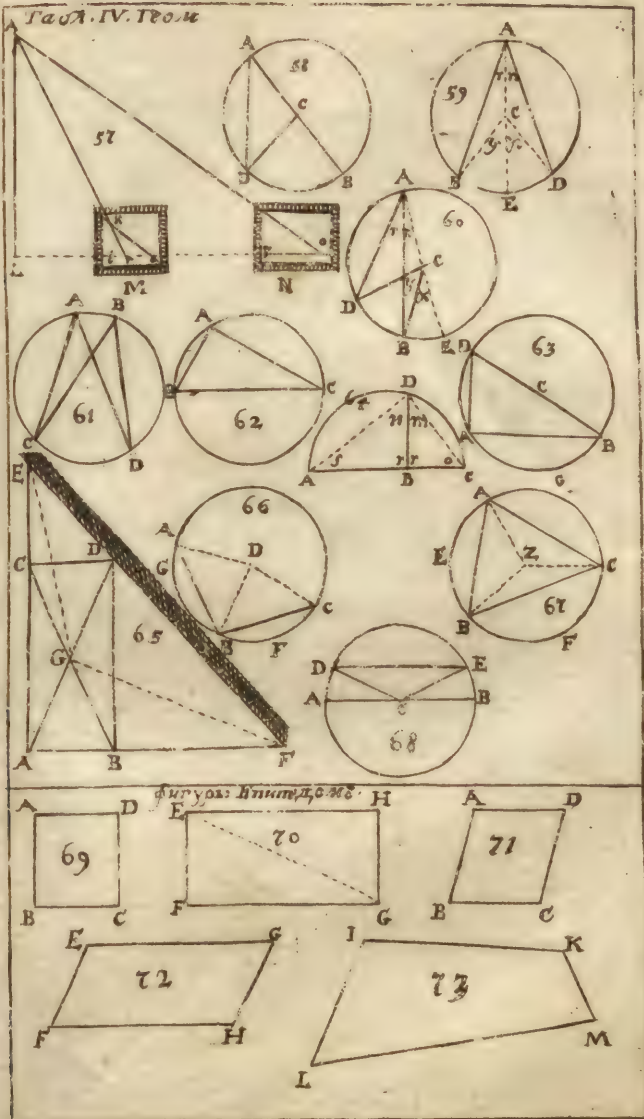
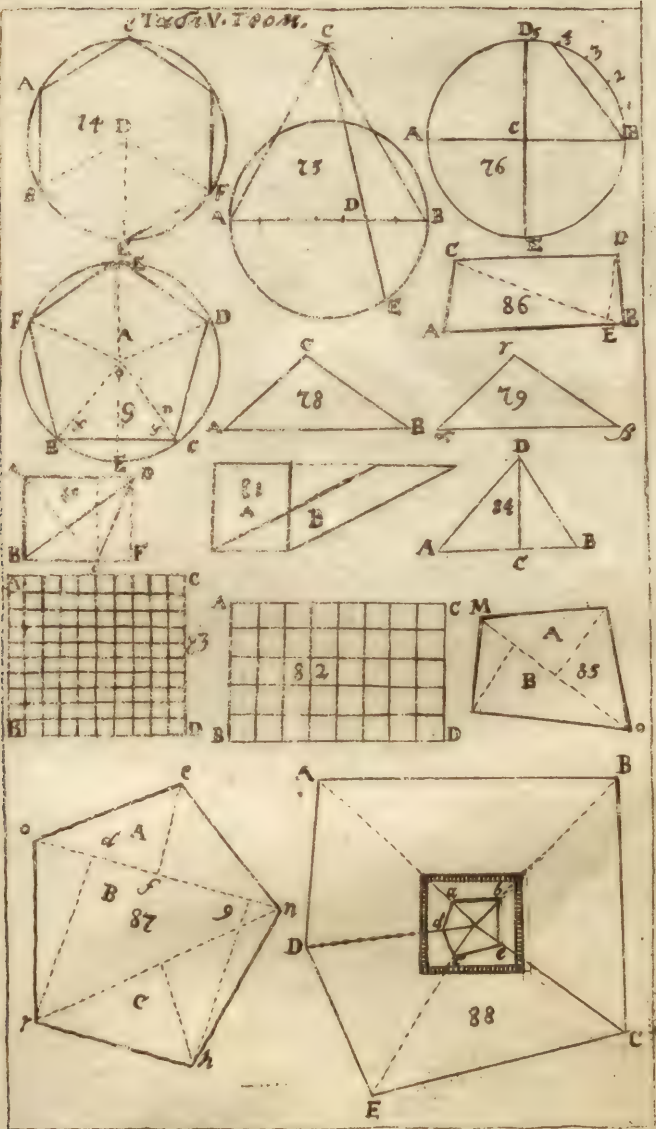


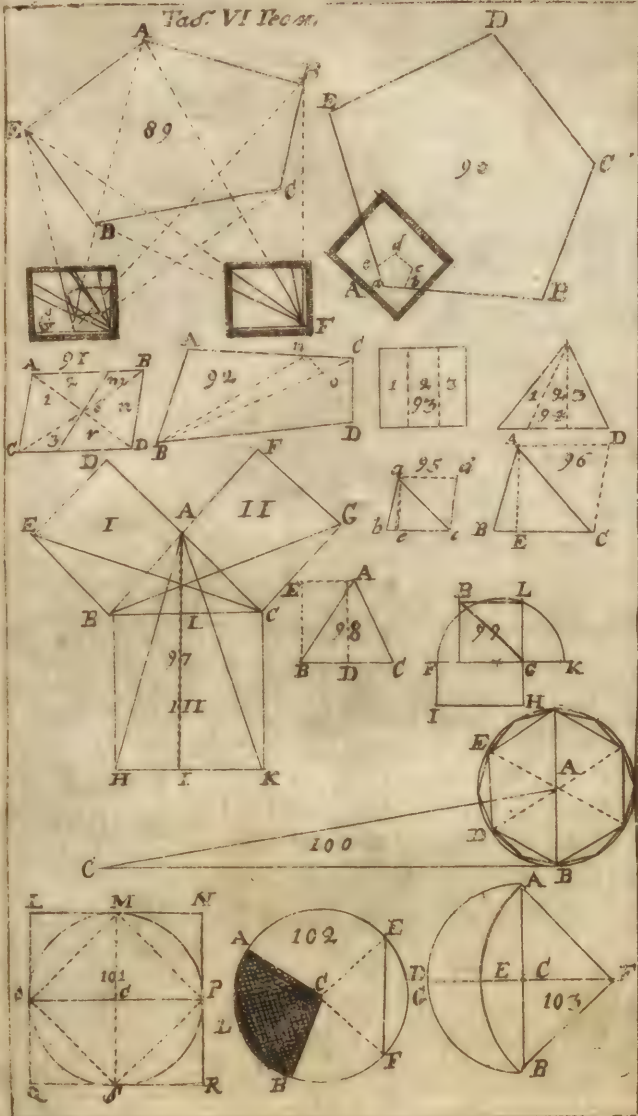


Табл. IV. Геом.







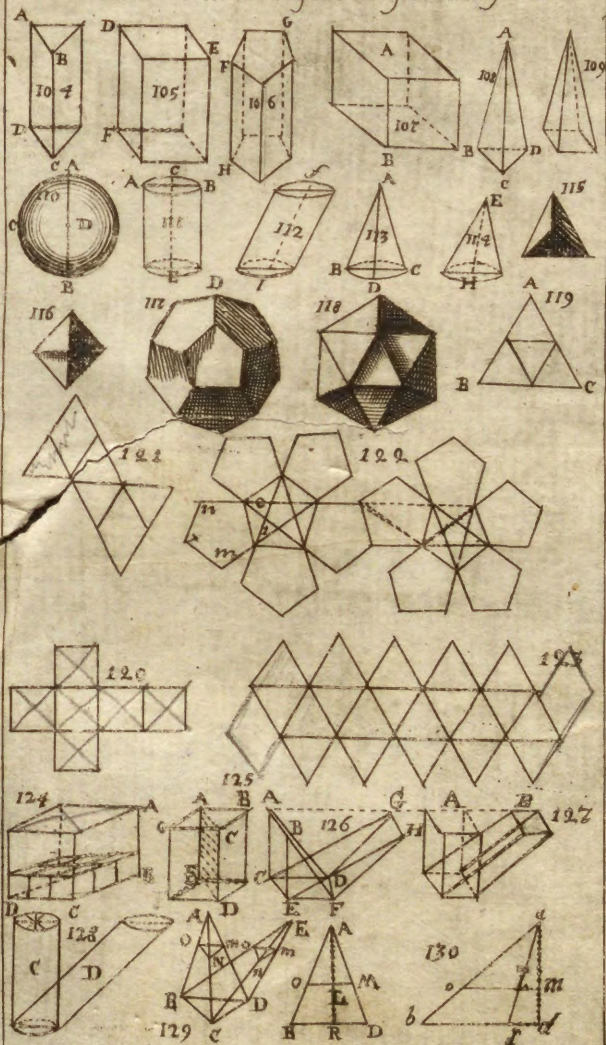


A

T

C

Таб. VII. Геом. фиг. стереометрѣ



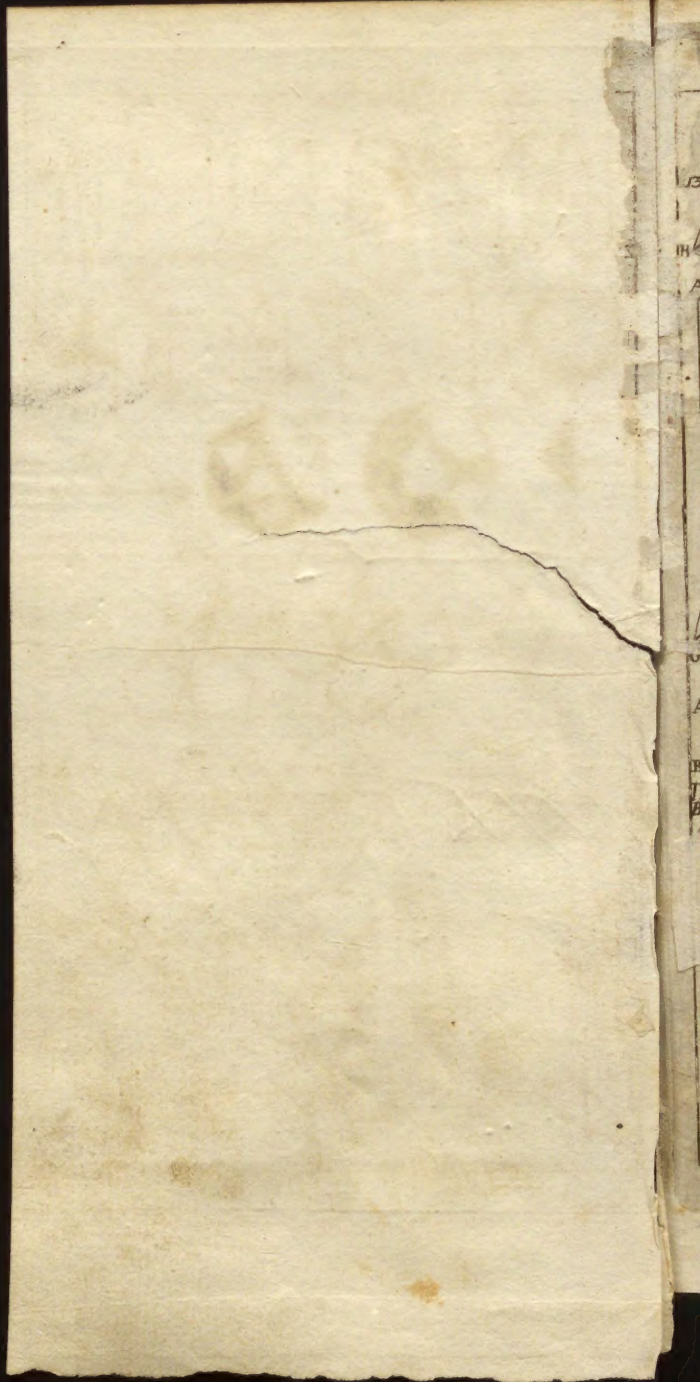
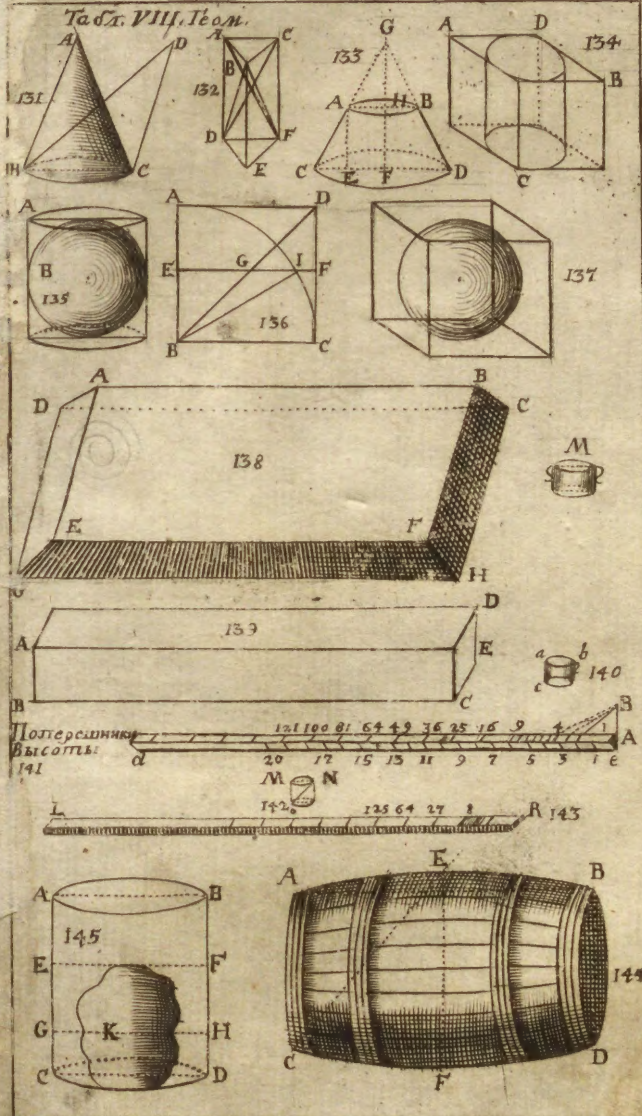


Табл. VIII. Геом.



ms. 7341